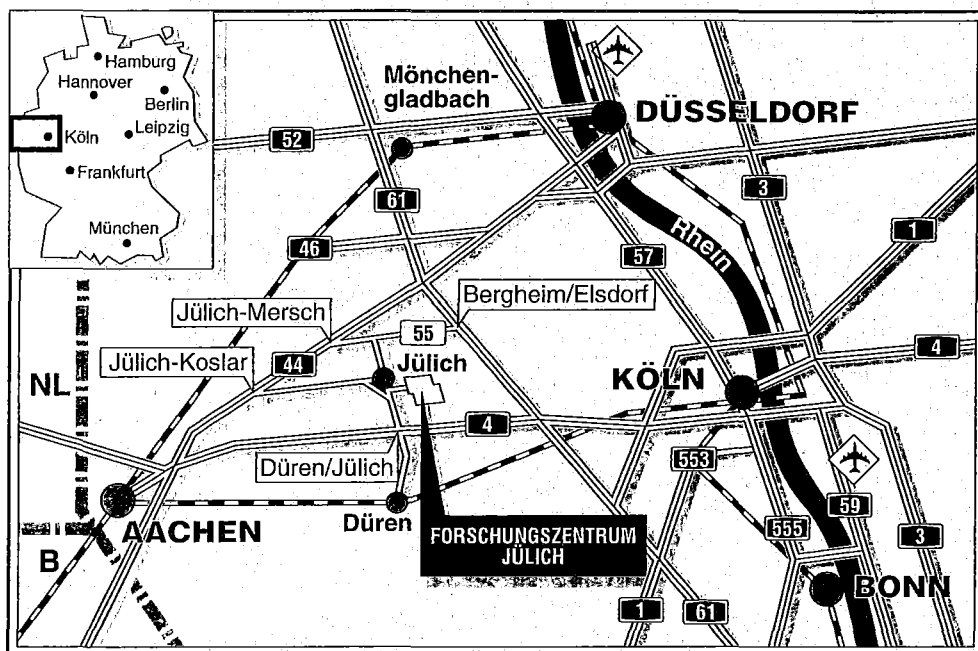


*Institut für Kernphysik*

**Strahloptische Gesichtspunkte bei der  
Auslegung hochbrillanter Speicherringe**

Rudolf Maier



**Berichte des Forschungszentrums Jülich ; 3120**

ISSN 0944-2952

Institut für Kernphysik Jül-3120

Zu beziehen durch: Forschungszentrum Jülich GmbH · Zentralbibliothek  
D-52425 Jülich · Bundesrepublik Deutschland  
Telefon: 02461/61-61 02 · Telefax: 02461/61-61 03 · Telex: 833556-70 kfa d

# **Strahloptische Gesichtspunkte bei der Auslegung hochbrillanter Speicherringe**

Rudolf Maier



<b>1. Einführung.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Kühler- und Elektronenspeicherring .....</b>	<b>4</b>
2.1 Lineare Strahloptik .....	5
2.2 Feldfehler und nichtlineare Teilchendynamik .....	11
2.3 Beschleunigung und Synchrotronschwingung .....	13
2.4 Strahlungsdämpfung .....	14
2.5 Elektronenkühlung .....	18
2.6 Stochastische Kühlung .....	22
2.7 Laserkühlung .....	23
2.8 Vergleich der Kühlmethoden .....	24
<b>3. Brillanz und Emittanz .....</b>	<b>27</b>
3.1 Verkleinerung der Emittanz durch Kühlverfahren.....	31
3.1.1 Einfluß der Optik bei Elektronenkühlung .....	35
3.1.2 Einfluß der Optik bei Stochastischer-Kühlung.....	36
3.2 Gleichgewichtsemittanz und verschiedene Typen von Optiken .....	38
3.2.1 Die Chasman-Green-Struktur .....	41
3.2.2 Die Triplet-Achromat-Struktur.....	44
3.2.3 Die Triple -Bend-Achromat-Struktur .....	45
3.2.4 Die FODO-Struktur .....	49
3.3 Vergleich der Strukturen .....	52
3.4 Neue Ideen zur Erzeugung äußerst niedriger Emittanz.....	53
3.5 Gemeinsame Probleme von Optiken mit kleiner Emittanz.....	54
3.5.1 Chromatizitätskorrektur und dynamische Apertur .....	54
3.5.1.1 Restgasstreuung .....	56
3.5.1.2 Bremsstrahlung an Kernen.....	56
3.5.1.3 Touschek-Streuung .....	57
3.5.2 Anfälligkeit gegen Fehler .....	58
3.5.3 Einfluß der Wiggler und Undulatorfelder.....	60
3.5.4 Momentum Compaction Factor .....	62

<b>4. Freier Elektronen Laser im Bypass.....</b>	<b>64</b>
<b>5. Zusammenfassung .....</b>	<b>66</b>
Literaturverzeichnis .....	68

## 1. EINFÜHRUNG

Das schnelle Fortschreiten im Verständnis der grundsätzlichen Natur der Materie in den letzten fünf Dekaden war möglich durch die kernphysikalischen und teilchenphysikalischen Experimente, die an Teilchenbeschleunigern und Speicherringen durchgeführt werden konnten. Gleichzeitig konnte parallel das Verständnis der Beschleuniger und die Technologie des Baues weiter vorangetrieben werden. Inzwischen stehen der Kern-, Mittelenergie- und Elementarteilchenphysik hadronische und leptonische Projektile mit Energien bis einem TeV zur Verfügung. Die Teilchenintensitäten konnten in dieser Zeit von wenigen  $10^9$  Teilchen bis zu einigen  $10^{13}$  pro Puls gesteigert werden. Die Beschleunigeranlagen, die zur Verfügung stehen, sind Zyklotrons, Linearbeschleuniger, Synchrotrons und Speicherringe. Für die Mittelenergiephysik sind in den vergangenen Jahren Mikrotrons, Synchrotrons und Speicherringe geplant, im Aufbau begriffen oder bereits in Betrieb gegangen. Aufgabe solcher Maschinen wird es sein, intensive Teilchenstrahlen mit sehr schmaler Impulsbreite bei gleichzeitig kleinem Strahlquerschnitt und kleiner Divergenz zur Verfügung zu stellen. Für Untersuchungen mit Elektronen stehen die Beschleuniger MAMI in Mainz (Deutschland), ELSA in Bonn (Deutschland), EROS in Saskatoon (Kanada), MAX in Lund (Schweden), Bates am MIT (USA), AMPS in Amsterdam (Holland) und S-DALINAC in Darmstadt (Deutschland) zur Verfügung. Kurz vor der Inbetriebnahme steht CEBAF in Newport News (USA). Studien zum Bau eines 15-30 GeV Beschleunigers mit dem Namen „THE ELFE PROJECT an Electron Laboratory for Europe“ sind bereits durchgeführt worden.

Ionen- bzw. Protonenstrahlen und auch Antiprotonen werden mit den Anlagen IUCF Cooler in Bloomington (USA), TARN II in Tokio (Japan), LEAR in Genf (Schweiz), TSR in Heidelberg (Deutschland), CELSIUS in Uppsala (Schweden), ASTRID in Aarhus (Dänemark) CRYRING in Stockholm (Schweden), ESR in Darmstadt (Deutschland) und COSY in Jülich (Deutschland) für Experimente an internen als auch externen Strahlen erzeugt. Mit diesen Beschleunigern wird ein Spektrum von Anlagen geboten, die einander in der Art der beschleunigten Teilchen und im Energiebereich ergänzen. Die Synchrotrons und Speicherringe sind mit den verschiedensten Kühlverfahren ausgerüstet, so daß sie Teilchenstrahlen mit hoher Phasenraumdichte und Strahlbrillanz liefern.

Den Kühlverfahren liegt, physikalisch gesehen, eine dissipative Kraft zu Grunde, um das Phasenraumvolumen eines Teilchenstrahles bei konstanter Teilchenzahl und Strahlenergie zu verringern. Mit ionenoptischen Methoden ist es nicht möglich, die in einem Speicherring vorgegebene Phasenraumdichte zu erhöhen (Liouvill'sches Theorem). Als geeignete Methoden zur

Kühlung von Strahlen haben sich in mehreren unabhängigen Experimenten die Elektronenkühlung, die Stochastische Kühlung und für spezielle Ionen auch die Laserkühlung erwiesen.

Die Effekte der Synchrotronstrahlung auf die Teilchenbewegung in den Speicherringen sind verstanden worden [Schwinger48], [Robinson58] und konnten in Elektronen- und Positronenringen zur Kühlung genutzt werden. Die Synchrotronstrahlung wird bei vielen Untersuchungen in der Grundlagenforschung, bei Anwendungen, z.B. in der Analytik und bei zahlreichen technologischen Prozessen eingesetzt. Die elektromagnetische Strahlung war und ist die wichtigste und erfolgreichste Sonde zur Untersuchung des Aufbaus von Festkörpern sowie zum Studium der Energiezustände der Elektronen.

Die Synchrotronstrahlung ist in dem Spektralbereich des Vakuumultravioletts bis in den Bereich der harten Röntgenstrahlung eine einzigartige und konkurrenzlose Lichtquelle. Die Synchrotronstrahlung entsteht, wenn energiereiche schnelle Elektronen mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit im Magnetfeld abgelenkt werden. Die Strahlung wurde erstmals am 24. April 1947 in einem Labor der Firma General Electric beobachtet [Elder47]. Da die Untersuchungsmethoden unter Verwendung von Synchrotronstrahlung an Bedeutung gewonnen haben, werden die Anforderungen an die Intensität, Leuchtdichte und spektrale Auflösung des Synchrotronlichtes immer höher. Eine wesentliche Steigerung der bis heute erreichten Werte läßt sich durch den Einsatz neuer Technologie erreichen. Eine um ein Vielfaches gesteigerte Brillanz kann durch den Einbau spezieller Magnetstrukturen (Wiggler bzw. Undulatoren) und durch speziell entwickelte Strahloptiken erreicht werden.

Neben der hohen Intensität bietet die Synchrotronstrahlung eine Reihe anderer wichtiger Eigenschaften [Koch83]: Die ausgeprägte Richtungscharakteristik ermöglicht die Weiterverarbeitung mit Hilfe von hochpräzisen Spiegeln, Filtern und optischen Gittern. Die Synchrotronstrahlung wird von einer kleinen Fläche entsprechend dem Querschnitt des Elektronenstrahls abgegeben; da diese Fläche sehr klein sein kann, bei BESSY beträgt sie nur einige Zehntel mm, läßt sich das Licht auf einen kleinen Fleck bündeln. Experimente mit hoher räumlicher Auflösung und Mikroskopie mit weicher Röntgenstrahlung werden möglich. Die Strahlung hat einen hohen Polarisationsgrad. Sie wird in kurzen Pulsen abgegeben und erlaubt eine Zeitauflösung von einigen 10 Piko Sekunden. Die Strahlung ist weiß, d.h. vom fernen Infraroten bis zu einer von der Elektronenenergie abhängigen Grenzfrequenz im UUV oder Röntgenbereich wird ein kontinuierliches Spektrum erzeugt.

Zur Durchführung präziser Experimente, sowohl mit Ionenstrahlen als auch mit Synchrotronlicht, benötigt man neben hohen Intensitäten, der in einem Speicherring umlaufenden Ionen oder Elektronen, auch exzellent kleine Strahlausdehnungen in transversaler und longitudinaler



Richtung. Die Ströme der Ionen bzw. Elektronen sind in den heutigen Speicherringanlagen so weit in die Höhe getrieben, daß die Raumladungsgrenzen, sowohl transversal wie longitudinal, keine weiteren Intensitätssteigerungen mehr zulassen.

Ein Maß für kleine Strahlausdehnungen in einem Speicherring ist die Brillanz. Sie ist der Quotient aus Intensität und transversalen Strahlausdehnungen. Im folgenden wird gezeigt, wie strahloptische Methoden im Zusammenspiel mit den verschiedenen Kühlverfahren zur Verbesserung der Brillanz beitragen.

## 2. KÜHLER- UND ELEKTRONENSPEICHERRING

Die vorhandenen und projektierten Kühlerringe weisen in den Grunddaten manche Gemeinsamkeiten auf. Sie haben sich aus den wissenschaftlichen Programmen der verschiedenen Institutionen entwickelt und unterscheiden sich in einzelnen Schwerpunkten durch neue zusätzliche wissenschaftliche Fragestellungen.

Nach Vorgabe der Endenergie erscheint der Ringumfang nur noch eine Frage der Kosten und des Platzes zu sein. Die Kühlraten sind umgekehrt proportional zum Umfang der Ringe. Dies bedeutet für die Kühlerringe, daß sie gerade so groß gebaut werden, daß alle notwendigen Installationen ihren Einbauplatz finden.

Die Anordnung der Magnete (Ablenkmagnete, fokussierende und defokussierende Elemente) wird so gewählt, daß die Anforderungen an den Querschnitt, die Divergenz und Dispersion des Strahles an den unterschiedlichen Ringpositionen erfüllt werden können. Insbesondere wird die Ionenoptik an den Stellen im Ring für die internen Targets, den Elektronekühler, die stochastischen Signalaufnehmer- und -geber, die Hochfrequenzbeschleunigungsstrukturen, die Injektions- und Extraktionssepten optimiert.

Die heutigen Kühlerringe wären sicherlich nicht denkbar, wenn nicht die grundsätzlichen Untersuchungen an den Ringen NAP-M (Novosibirsk), ISR (CERN), ICE (CERN), Cooling-Ring (FNAL) und Tarn I (INS-Tokio) sowohl zur Elektronenkühlung als auch zur stochastischen Kühlung durchgeführt worden wären. Des weiteren profitieren die Kühlerringe von den Fortschritten, die in allen Antiprotonen-Kühlerringen AA (CERN), ISR (CERN), LEAR (CERN), Fermilab  $\bar{p}$ -source, Debuncher Ring und Accumulator (FNAL) und ACOL (CERN) erreicht worden sind.

Zur Zeit werden weltweit für Untersuchungen in der Kern- bzw. Mittelenenergiephysik als auch im Schwerionenbereich die Ionen-Kühlerringe IUCF Cooler (Bloomington), TARN II (INS-Tokio), TSR (Heidelberg), CELSIUS (Uppsala), ASTRID (Aarhus), CRYRING (Stockholm), ESR (GSI) und COSY (KFA) betrieben.

Elektronen-Speicherringe sind ideale Synchrotronstrahlungsquellen wegen ihrer extrem kleinen Strahlfleckgröße und wegen der hohen Strahlströme, die einen sehr hohen Photonenfluß bedingen. Neben der hohen Strahlstabilität, einem über der Zeit konstanten Photonenspektrum, ist die Lebensdauer ein weiteres Kriterium.

Ursprünglich wurden Elektronen-Synchrotrons und die Elektronen-Speicherringe ausschließlich für Experimente in der Elementarteilchenphysik gebaut. Synchrotronstrahlung fiel dabei als Nebenprodukt ab, die parasitär genutzt wurde. Die zweite Generation von Speicherringen (z.B. BESSY [Einfeld79]) wurde ausschließlich zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung gebaut. Die dritte Generation der Speicherringe zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung wird durch den Einsatz der Undulatortechnologie geprägt. Diese Generation zeichnet sich durch die höhere Qualität des Photonenstrahls aus. Die höhere Brillanz bedeutet sehr niedrige Emittanzen des Elektronenstrahls. Ein weiterer wichtiger Faktor der dritten Generation von Lichtquellen ist die hohe Anzahl von langen geraden Strecken für die Wiggler bzw. Undulatoren. Diese Einbauten erzeugen starke Störungen der Magnetstruktur, deren lineare und nichtlineare Effekte in die Auslegung und den Betrieb der Speicherringe einfließen muß. Zur Zeit befinden sich in Europa die Synchrotronstrahlungsquellen BESSY II in Berlin, MAX II in Lund (Schweden), in den USA die 7 GeV Advanced Photon Source, APS in Argonne im Bau. Die Speicherringe ELETTRA in Triest (Italien), die 6 GeV European Synchrotron Radiation Facility und die Advanced Light Source, ALS, im Lawrence Berkeley Laboratory sind erfolgreich in Betrieb gegangen.

## 2.1 Lineare Strahloptik

Die heutigen Speicherringe zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung sind ebene Ringstrukturen, die aus Magneten mit gemeinsamer horizontaler Symmetrieebene aufgebaut sind. Die Theorie von Synchrotrons mit alternierenden Gradienten ist von E.B. Courant und H.S. Snyder [Courant and Snyder58] entwickelt worden. In den Arbeiten von K. Steffen [Steffen65], H. Bruck [Bruck66], A.A. Kolomensky and A.N. Lebedev [Kolomensky und Lebedev66] und M. Sands [Sands70] werden detailliertere Beschreibungen unter anderem der linearen Strahloptik vorgestellt.

Um die Bewegung der Teilchen im Speicherring zu beschreiben, wählt man durch die Magnetstruktur eine Referenztrajektorie aus. Dies ist die zu dem Sollimpuls  $p_0$  gehörende Teilchenbahn. Alle anderen Teilbahnen werden dann bezogen auf diese ideale Sollbahn angegeben.

Die Kraft, die auf ein mit der Geschwindigkeit  $\underline{v}$  bewegtes Teilchen der Ladung  $e$  im Magnetfeld  $\underline{B}$  wirkt, wird durch die Lorentz-Gleichung beschrieben:

$$\underline{F} = \dot{\underline{p}} = e \underline{v} \times \underline{B}.$$

Entlang der Bahn des Sollteilchens ergibt sich die Trajektorie aus

$$\ddot{\underline{r}} = \frac{e}{m} (\dot{\underline{r}} \times \underline{B})$$

mit  $\dot{\underline{r}} = \underline{v}$ . In dem mit dem Teilchen mitbewegten, rechtwinkligen und rechtshändigen Koordinatensystem (Abb. 1) wird der Vektor der Teilchentrajektorie dargestellt als

$$\underline{r} = \underline{r}_0 + x\underline{x}_0 + z\underline{z}_0.$$

Die Bahngleichungen in den Koordinaten ergeben durch zweimaliges Differenzieren

$$\dot{\underline{r}} = x' \dot{s} \underline{x}_0 + z' \dot{s} \underline{z}_0 + \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \dot{s} \underline{s}_0$$

$$\ddot{\underline{r}} = \left[ x'' \dot{s}^2 + x' \ddot{s} - \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \frac{\dot{s}^2}{\rho} \right] \underline{x}_0$$

$$+ (z'' \dot{s}^2 + z' \ddot{s}) \underline{z}_0 + \left( 2 \frac{x'}{\rho} \dot{s}^2 + \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) \ddot{s} \right) \underline{s}_0,$$

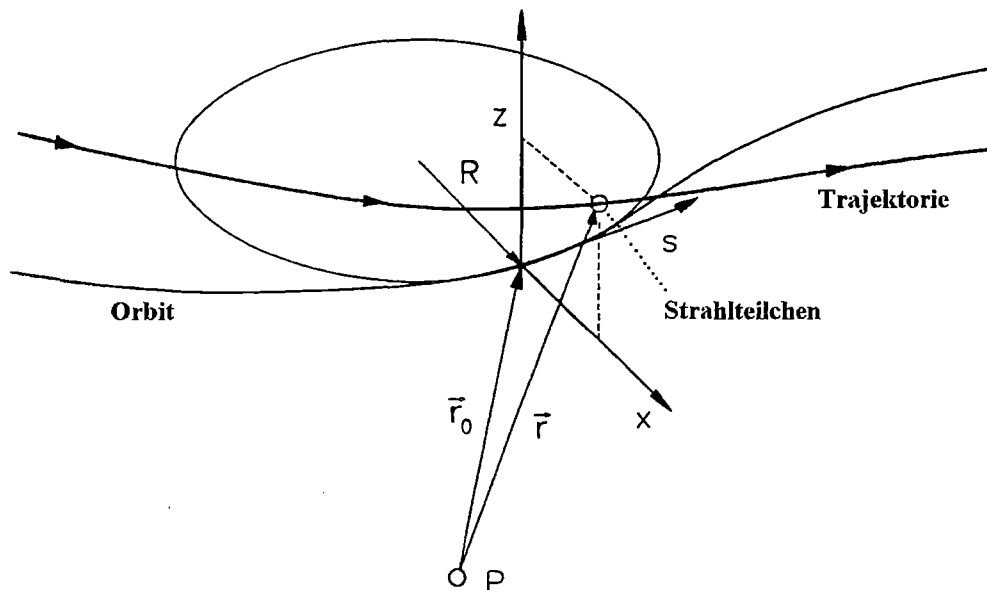


Abb. 1: Krummliniges Koordinatensystem mit rechtwinkligem Dreibein, das längs des idealen Orbits mit dem betrachteten Teilchen mitgeführt wird.

wobei die Ableitungen gegeben sind durch  $x' = dx / ds = \frac{\dot{x}}{\dot{s}}$ , und  $x'' = d^2x / ds^2 = (\ddot{x} - x' \dot{s}) / \dot{s}^2$  sowohl in  $x$  als auch in  $z$ .

In der Umgebung der Sollbahn ergibt sich die Entwicklung des Magnetfeldes nach Potenzen der Koordinaten zu:

$$\frac{e}{p_0} B_z = \frac{1}{\rho} + kx + \dots$$

$$\frac{e}{p_0} B_x = kz + \dots$$

mit

$$\frac{1}{\rho} = \frac{e}{p_0} B_{z,0} \text{ und } k = \frac{e}{p_0} \frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{e}{p_0} \frac{\partial B_x}{\partial z}.$$

Unter Vernachlässigung aller nichtlinearen Glieder in den Koordinaten und mit der Approximation

$$\frac{1}{\rho} \simeq \frac{1}{p_0} \left( 1 - \frac{\Delta p}{p_0} \right),$$

wobei  $\Delta p$  die Abweichung vom Sollimpuls  $p_0$  ist, erhält man für relativistische Teilchen (d.h.  $\beta \simeq 1$ ) die linearen Bahngleichungen

$$x'' + \left( \frac{1}{\rho^2} - k \right) x = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{p_0}$$

$$z'' + kz = 0$$

mit der Konvention, daß  $k < 0$  ein fokussierendes Feld beschreibt.

Die allgemeine Lösung der homogenen Bahngleichungen ( $\frac{\Delta p}{p_0} = 0$ ) kann als Superposition

zweier linear unabhängiger Lösungen  $C(s)$  und  $S(s)$  geschrieben werden. Diese Lösungen werden als Hauptbahnen,  $C(s)$  als cosinusähnliche und  $S(s)$  als sinusähnliche, bezeichnet.

Die Dispersion, ebenfalls eine Hauptbahn, ist die partikuläre Lösung der inhomogenen Bahngleichung mit  $\frac{\Delta p}{p_0} = 1$ .

In einem "combined function" Synchrotronmagneten mit konstanter Ablenkstärke  $\frac{1}{\rho}$  und Fokussierungsstärke  $k$  hat die Transformation in der Horizontalen im fokussierenden Fall mit  $K = k - \frac{1}{\rho^2} < 0$  und  $\phi = s\sqrt{|K|}$  folgende explizite Form:

$$x(s) = x_0 \cos \phi + x_0' \frac{1}{\sqrt{K}} \sin \phi - \frac{\Delta p}{p_0} \frac{1}{\rho |K|} (1 - \cos \phi)$$

$$x'(s) = -x_0 \sqrt{|K|} \sin \phi + x_0' \cos \phi - \frac{\Delta p}{p_0} \frac{1}{\rho \sqrt{|K|}} \sin \phi.$$

Im defokussierenden Fall sind die trigonometrischen durch die hyperbolisch trigonometrischen Funktionen zu ersetzen.

Die Transformationen für eine Driftstrecke ( $\frac{1}{\rho} = k = 0$ ), einen homogenen Ablenkmagneten ( $k = 0$ ) oder einen Quadrupolmagneten ( $\frac{1}{\rho} = 0$ ), sind in der Transformation für einen Synchrotronmagneten als Sonderfälle enthalten.

Die Transformationsmethode ist nützlich, um die Trajektorie eines einzelnen Teilchens in einer Magnetanordnung (Ablenk-, Quadrupolmagnete und Driftstrecken) zu untersuchen. Zur Beschreibung eines Strahles, d.h. einer Gesamtheit von Teilchenbahnen, wird eine generelle Lösung der Hill'schen Differentialgleichung herangezogen:

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon \beta(s)} \cos(\psi(s) + \varphi_0)$$

$$x'(s) = -\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\beta(s)}} [\alpha(s) \cos(\psi(s) + \varphi_0) + \sin(\psi(s) + \varphi_0)].$$

Diese Lösung beschreibt die pseudo-harmonische Oszillation der Teilchen. Die Amplitudenfunktion  $\beta(s)$  und die Phasenfunktion  $\psi(s)$  hängen von der Bahnposition  $s$  ab. Der Zusammenhang zwischen Phase und Amplitude ist gegeben durch

$$\psi(s) = \int_0^s \frac{d\tau}{\beta(\tau)}.$$

Die Emittanz  $\varepsilon$  hingegen ist eine Konstante der Teilchentrajektorien. Die Strahlausdehnung  $\sigma(s)$  im nicht dispersiven Fall berechnet sich zu

$$\sigma(s) = \sqrt{\varepsilon \beta(s)}$$

und die Strahldivergenz zu

$$\sigma'(s) = \sqrt{\varepsilon \gamma(s)}$$

mit

$$\gamma(s) = \frac{1 + \alpha^2(s)}{\beta(s)}, \quad \alpha(s) = -\frac{1}{2} \beta'(s).$$

Durch Elimination der trigonometrischen Funktionen in den Ausdrücken  $x(s)$  und  $x'(s)$  folgt der Zusammenhang zwischen der Emittanz und den "Twissparametern"  $\alpha(s)$ ,  $\beta(s)$  und  $\gamma(s)$ :

$$\varepsilon = \gamma(s) x^2(s) + 2\alpha(s) x(s) x'(s) + \beta(s) x'^2(s).$$

Dies zeigt, daß die Durchstoßpunkte eines Teilchens der Position  $s$  bei aufeinanderfolgenden Umläufen auf einer Ellipse liegen (Abb. 2).

Die Matrix  $M$ , die den Vektor  $(x, x')$  vom Ort  $s = 0$  mit den Anfangsbedingungen  $x(0) = x_0$ ,  $x'(0) = x'_0$ ,  $\psi(0) = 0$ ,  $\beta(0) = \beta_0$  und  $\alpha(0) = \alpha_0$  an einen Ort  $s$  transformiert, ergibt sich zu:

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0}} (\cos \psi + \alpha_0 \sin \psi) & \sqrt{\beta \beta_0} \sin \psi \\ \frac{(\alpha_0 - \alpha) \cos \psi - (1 + \alpha \alpha_0) \sin \psi}{\sqrt{\beta \beta_0}} & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} (\cos \psi - 2 \sin \psi) \end{pmatrix}.$$

In einer Ringstruktur gibt es genau eine in sich geschlossene Amplituden- und Dispersionfunktion, die sich mit Hilfe der Periodizitätsbedingungen

$$\beta(s + C) = \beta(s)$$

$$\alpha(s + C) = \alpha(s)$$

$$d(s + C) = d(s)$$

$$d'(s + C) = d'(s)$$

berechnen läßt, wobei  $C$  der Umfang des Beschleunigers ist.

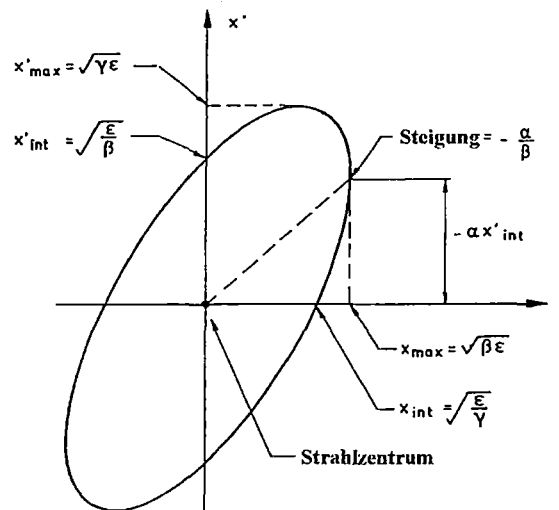


Abb. 2: Phasenellipse der Teilcentrajektorie in der  $(x, x')$  Ebene mit den dazugehörigen Parametern.

Die Teilchen führen Betatronschwingungen um die Sollbahnen aus. Die Zahl  $Q$  der Betatronschwingungen pro Umlauf ist gegeben durch den Phasenvorschub  $\Delta\psi$  pro Umlauf:

$$Q = \frac{1}{2\pi} \Delta\psi = \frac{1}{2\pi} \int_s^{s+L} \frac{d\tau}{\beta(\tau)}.$$

Die Bedeutung der Betatronzahl  $Q$  für einen Speicherring liegt im Zusammenhang mit den strahloptischen Resonanzen, die bei gewissen Werten ganz-, halb- oder drittelzahlig auftreten.

Die periodischen Amplitudenfunktionen erhält man aus der Matrix  $M_L$  für einen Umlauf

$$M_L = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\pi Q + \sin 2\pi Q & \beta \sin 2\pi Q \\ -\gamma \sin 2\pi Q & \cos 2\pi Q - \alpha \sin 2\pi Q \end{bmatrix},$$

welche man aus der Multiplikation der Matrizen der einzelnen magnetischen Elemente und feldfreien Strecken im Ring errechnet.

Im einzelnen ergibt sich:

$$\beta(s) = \frac{2m_{12}}{\sqrt{2m_{11}^2 - 2m_{12}m_{21} - m_{22}^2}}$$

$$\alpha(s) = \frac{m_{11} - m_{22}}{2m_{12}} \beta(s).$$

Die geschlossene Dispersionsbahn erhält man zu

$$d(s) = -\frac{\sqrt{\beta}}{2\sin\pi Q} \int_s^{s+L} \frac{\sqrt{\beta(\tau)}}{\rho(\tau)} \cos\{\psi(\tau) - \psi(s) - \pi Q\} d\tau.$$

In einem Speicherring wird die Änderung  $\Delta L$  in der Länge der geschlossenen Bahn als Funktion der relativen Impulsabweichung  $\Delta p/p_0$  als "momentum compaction factor"  $\alpha$  bezeichnet. Dieser auch für den Mechanismus der Synchrotronschwingung wichtige Maschinenparameter läßt sich durch Integration über die mit  $\frac{1}{\rho(s)}$  multiplizierte Dispersionsbahn  $d(s)$  entlang des

Umfanges  $C$  berechnen:

$$\alpha = \frac{\Delta L / L}{\Delta p / p_0} = \frac{1}{C} \int \frac{d(s)}{\rho(s)} ds.$$



## 2.2 Feldfehler und nichtlineare Teilchendynamik

In einem Kreisbeschleuniger gibt es für jeden Teilchenimpuls genau eine geschlossene Bahn, die man momentane Sollbahn oder auch "closed orbit" nennt.

Die Sollbahn genügt der Bahngleichung. Falls  $x$  der Versatz vom idealen Orbit ist, gilt für die Gleichung der Bewegung des Teilchens

$$\frac{d^2 x}{ds^2} + k(s)x(s) = F(s),$$

wobei  $F(s)$  ein Maß für die Abweichung des Feldes auf dem idealen Orbit von idealem Wert ist (alle nichtlinearen Terme sind vernachlässigt).

Mit  $u = x / \sqrt{\beta}$  und  $\phi = \int \frac{ds}{Q\beta}$  geht die Hill'sche Gleichung in die eines harmonischen Oszillators über,

$$\frac{d^2 u}{d\phi^2} + Q^2 u = Q^2 f(\phi) \text{ mit } f(\phi) = \beta^{3/2} F(s)$$

die mit den Periodizitätsbedingungen  $u(2\pi) = u_0$  und  $u'(2\pi) = u'_0$  die Lösung

$$u(\phi) = \frac{Q}{2 \sin \pi Q} \int_{\phi}^{Q+2\pi} f(\tau) \cos Q(\phi - \tau + \pi) d\tau$$

hat.

Setzt man  $f(\tau) = \beta^{3/2} \left( \frac{1}{\rho} \delta \right)$  so erhält man den Orbit für Teilchen mit Impulsabweichung  $\left( \delta = \frac{\Delta p}{p_0} \right)$ . Man erkennt sofort, daß die Amplitude des closed orbit über alle Grenzen wächst, falls die Betatronzahl  $Q$  eine ganze Zahl ist.

Andererseits kann die Größe  $\frac{1}{\rho} \delta$  auch als eine Fehleinstellung der Magnete für Sollteilchen gedeutet werden. Fehlerhafte Einstellung der Felder oder Drehung der Ablenkmagnete sowie fehlerhafte Aufstellung der Quadrupolmagnete erzeugen für Sollteilchen einen von der Sollbahn abweichenden Orbit.

Störungen der Felder, die proportional zur Bahnauslenkung  $x$  sind, welche z.B. durch  $k\delta x$  beschrieben werden, führen zu Fehlfokussierungen für Teilchen mit Impulsabweichung. In der Lichtoptik ist dies Phänomen als chromatische Aberration bekannt. Solche Abweichungen haben jedoch keinen Einfluß auf den closed orbit für Sollteilchen, dagegen jedoch wird der Ar-

beitspunkt bzw. die Betatronzahl  $Q$  beeinflusst. Die Verschiebung des Arbeitspunktes infolge der Quadrupolfeldfehler  $\Delta k$  ergibt sich zu

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi_c} \int \Delta k \beta ds.$$

Die energieabhängige Arbeitspunktverschiebung ist

$$\frac{\Delta Q}{\delta} = -\frac{1}{4\pi_c} \int k(s) \beta(s) ds.$$

Diese Größe  $\Delta Q/\delta$  wird als die Chromatizität  $\xi$  des Speicherringes bezeichnet.

Wie oben gezeigt, können Fehler in den Ablenkmagneten oder Aufstellungsfehler eine Resonanz bei einem ganzzahligen Arbeitspunkt erzeugen, die zum Verlust des Strahles führen. Analog führen Feldfehler in den Fokussierungselementen zu ganz- und halbzahligen Resonanzen. Solche Resonanzen gibt es auch für höhere Multipole. Neben den einfachen Resonanzen gibt es auch gekoppelte Resonanzen:

$$p Q_x + q Q_z = r,$$

wobei  $p, q, r$  ganze Zahlen sind. Die Stärke einer Resonanz hängt von der Ordnung  $|p| + |q|$  ab.

Während die Resonanzen der ersten, zweiten und dritten Ordnung immer zu Strahlverlust führen, können diejenigen vierter Ordnung den Strahl unter Umständen zerstören, während die höheren Resonanzen sich im allgemeinen in einer mehr oder weniger großen Aufweitung des Strahls äußern.

Es gibt nun zwei Gründe, die Chromatizität, die natürlicherweise negativ ist, in beiden Ebenen zu kompensieren, bzw. leicht positiv einzustellen:

Der erste Grund ist die Vermeidung von Resonanzen, die ein Teilchen mit Impulsabweichung aufgrund einer starken Chromatizität treffen kann und so die Strahllebensdauer drastisch reduziert. Auch für Resonanzen höherer Ordnung, die nicht mehr zu Strahlverlusten führen, ist die Emittanzaufweitung im Bereich der Resonanz ein nicht zu tolerierender Effekt.

Der zweite Grund für die Kompensation der Chromatizität ist die sogenannte "Head Tail" Instabilität [Pelligrini69], die bei negativen Werten von  $\xi$  auftritt.

Die Instabilität verhindert hohe Ströme in den umlaufenden Strahlpaketen. Kompensiert wird die Chromatizität durch Sextupolmagnete, die möglichst gleichmäßig um den Ring an Stellen mit Dispersion verteilt aufgestellt werden. Mit Sextupolen erhält man für die Chromatizität den Ausdruck

$$\xi = -\frac{1}{4\pi_c} \int [\beta(s)k(s) - \beta(s)m(s)d(s)] ds.$$

Die Chromatizität im Ring kann durch die Wahl der Sextupolstärke im Prinzip auf jeden Wert eingestellt werden. Im Betrieb von Speicherringen hat sich ein Wert von + 1 als günstig herausgestellt.

### 2.3 Beschleunigung und Synchrotronschwingung

Ein geladenes Teilchen, das sich auf einer gekrümmten Bahn bewegt, strahlt Energie ab, die dem Teilchen mit Hilfe von elektrischen Feldern wieder zugeführt werden muß. Dieser Energieverlust kann nicht mit einem konstanten, sondern nur mit Hilfe eines zeitlich veränderlichen Feldes kompensiert werden. In einem zeitlich veränderlichen Feld können die Teilchen die sogenannten Synchrotronschwingungen ausführen. Dies liegt daran, daß zum einen ein Teilchen, das die sich zeitlich ändernde Beschleunigungsspannung nicht im richtigen Augenblick durchläuft, zu viel oder zu wenig Energie bekommt, zum anderen ein Teilchen, das im Vergleich zum Sollteilchen zu viel oder zu wenig Energie besitzt, für einen Umlauf mehr oder weniger Zeit benötigt.

Die Energiebilanz für ein Teilchen mit einer Phasenabweichung ist

$$\frac{dE}{dt} = eV_0 f_0 \sin(\psi_s + \Delta\psi) - W,$$

mit  $E$  der Teilchenenergie,  $V_0$  der Umfangsspannung,  $f_0$  der Umlauffrequenz,  $\psi_s$  der Sollphase und  $W$  der mittleren Strahlungsleistung.

Für das Sollteilchen lautet die Energiebilanz

$$\frac{dE_s}{dt} = eV_0 f_0 \sin \psi_s - W_s.$$

Aus der Differenz der beiden Gleichungen ergibt sich eine der beiden Gleichungen, die die Synchrotronschwingung, einschließlich Dämpfung, beschreibt:

$$\frac{d}{dt} \Delta E = eV_0 f_0 (\sin(\psi_s + \Delta\psi) - \sin \psi_s) - \frac{dW}{dE} \Delta E$$

mit

$$\Delta E = E - E_s \text{ und } W = W_s + \frac{dW}{dE} \Delta E.$$

Die zweite Gleichung erhält man, indem man die zeitliche Änderung der Phasenabweichung für ein Teilchen mit Energieabweichung bestimmt:

$$\frac{d}{dt} \Delta \psi = -q \omega_0 \frac{\Delta T}{T_0}$$

mit  $\Delta T$ , der Verlängerung der Umlaufzeit,  $T_0$ ,  $\omega_0/2\pi$ , der Umlauffrequenz und  $q$ , der Harmonischenzahl. Die Verlängerung der Umlaufzeit ist über den Momentum Compaction Factor  $\alpha$  mit einer Impuls- bzw. Energieänderung verknüpft.

Dies ergibt

$$\frac{d}{dt} \Delta \psi = -q \omega_0 \alpha \frac{\Delta E}{E}.$$

Zusammengefaßt erhält man für die Phasenabweichung  $\Delta \psi$  oder die Energiedifferenz  $\Delta E$  folgendes:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\psi} - 2\alpha_s \Delta \dot{\psi} + \Omega^2 \Delta \psi &= 0 \\ \Delta \ddot{E} - 2\alpha_s \Delta \dot{E} + \Omega^2 \Delta E &= 0 \end{aligned}$$

mit der Dämpfungskonstanten  $\alpha_s = \frac{1}{2T_0} \frac{dW}{dE}$  und der Synchrotronschwingungsfrequenz

$$\Omega^2 = \omega_0^2 \frac{q \alpha e V_0 \cos \psi_s}{2\pi E}.$$

Die Grenzen des phasenstabilen Bereichs, die sogenannte Separatrix, wird durch das nichtlineare Verhalten der Synchrotronschwingung bei großen Amplituden bestimmt. Für eine Phasenabweichung von  $\Delta \psi = 0$  ist die maximale Energieabweichung gegeben durch

$$\Delta E_{\max} = \sqrt{\frac{e V_0 E}{\pi q \alpha}} \left( \cos \psi_s + \left( \psi_s - \frac{\pi}{2} \right) \sin \psi_s \right).$$

Um lange Strahllebensdauern zu erreichen, ist es notwendig, genügend Hochfrequenzleistung im Speicherring zur Verfügung zu stellen.

## 2.4 Strahlungsdämpfung

Die aktuellen transversalen und longitudinalen Größen bzw. die Ausdehnung eines Elektronenstrahls in einem Speicherring sind durch die Strahlungsdämpfung und die Quantenanregung bestimmt.

Der Energieverlust pro Umlauf durch die Emission von Synchrotronlicht ist proportional zur vierten Potenz der Elektronenenergie. Die Synchrotronschwingungen sind mit einer Rate, die proportional zur Änderung des Strahlungsverlustes mit der Energie ist, gedämpft.

Der Dämpfungskoeffizient ist

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{U_0}{2T_0 E_0} (2 + D),$$

wobei  $E_0$  die Energie der Elektronen,  $U_0$  die abgestrahlte Energie pro Umlauf,  $D = \frac{I_4}{I_2}$ , ausgedrückt durch die Synchrotron-Strahlungsintegrale [Helm73], ist. Die Integrale sind gegeben durch

$$I_2 = \int_c \frac{1}{\rho^2} ds \text{ und}$$

$$I_4 = \int_c d(s) \left( \frac{1}{\rho^3} + 2k \frac{1}{\rho} \right) ds$$

mit  $\rho$  dem Krümmungsradius,  $k$  der normierten Quadrupolstärke und  $d(s)$  der Dispersion.

Die abgestrahlte Energie pro Umlauf  $U_0$  ist

$$U_0 = \frac{2}{3} r_e \frac{E_0^4}{(mc^2)^3} I_2$$

mit  $r_e$  dem klassischen Elektronenradius und  $mc^2$  der Elektronenruheenergie.

Der Energieverlust durch die Synchrotron-Strahlung ist kein kontinuierlicher Prozeß. Jedesmal wenn ein Quant emittiert wird, verändert sich durch die Energieänderung die Bahn des Elektrons. Durch das Aufsummieren mehrerer solcher Bahnveränderungen wächst die Synchrotronschwingung an. Das Anwachsen wird durch Dämpfung begrenzt. Die Energieverteilung, die durch Quantenanregung in einem gespeicherten Strahl vorhanden ist, wird unter stationären Bedingungen durch die relative Energiebreite  $\sigma_{\varepsilon} / E_0$  beschrieben. Sie ist gegeben durch:

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}}{E_0} = C_q \gamma^2 \frac{I_3}{2I_2 + I_4}$$

mit

$$C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} = 3.84 \cdot 10^{-13} m,$$

$$\gamma = \frac{E_0}{mc^2}$$

und einem weiteren Synchrotronstrahlungsintegral  $I_3 = \int \left| \frac{1}{\rho^3} \right| ds$ .

Die Strahlungsdämpfung der transversalen Betatronschwingungen rührt von der Energiezuführung in den Beschleunigungsstrukturen her. In den Hochfrequenzresonatoren ist die beschleunigende Kraft parallel zur Sollbahn. Der Impulszuwachs ist damit nicht mehr parallel bzw. antiparallel zum Teilchenimpuls sondern zur Sollbahn. Dies führt zu einer Winkeländerung des Teilchens und damit zu einer Verringerung der Amplitude der Betatronschwingung. Der Dämpfungskoeffizient für die vertikale Schwingung ist

$$\alpha_z = \frac{U_0}{2E_0T_0}.$$

Im Abstrahlungsfalle ist die Impulsänderung parallel bzw. antiparallel zum Teilchenimpuls. Dies führt weder zu einer Änderung der Ablage noch der Steigung der Teilchentrajektorie. Damit bleibt auch die Amplitude der Betatronschwingung ungeändert.

In der horizontalen Ebene hingegen führt die Energieabgabe zu einer Ablagenänderung relativ zur momentanen Sollbahn, falls die Dispersionsfunktion an dieser Stelle in der Magnetstruktur nicht verschwindet.

Zusammen mit dem Einfluß aus der Hochfrequenzbeschleunigung erhält man für den horizontalen Dämpfungskoeffizienten

$$\alpha_x = (1 - D) \frac{U_0}{2E_0T_0}.$$

Ein Elektron, das sich in einem Speicherring bewegt und dort Betatronoszillationen ausführt, sendet zu einem Zeitpunkt ein Photon der Energie  $u$  aus. Von diesem Punkt an oszilliert das Elektron um einen neuen Orbit, der sich von dem vorhergegangenen um  $d(s)u/E_0$  unterscheidet. Die Änderungen im Betatronversatz  $\delta x_\beta$  und im Betatronwinkel  $\delta x'_\beta$  sind die folgenden:

$$\delta x_\beta = d \frac{u}{E_0}, \delta x'_\beta = d' \frac{u}{E_0}.$$

Diese Variation der Betatronoszillation ändert auch den Amplitudenfaktor  $\epsilon$ , die Emittanz. Die Variation von  $\epsilon$  ist

$$\delta \epsilon = \gamma(s) \delta (x_\beta^2) + 2\alpha(s) \delta (x_\beta x'_\beta) + \beta(s) \delta (x'_\beta)^2.$$

Mit  $\delta x_\beta$  und  $\delta x'_\beta$  ergibt sich die Amplitudenänderung zu

$$\delta \epsilon = \frac{u^2}{E_0^2} H(s),$$

wobei  $H(s) = \gamma(s) d^2(s) + 2\alpha(s) d(s) d'(s) + \beta(s) d'^2(s)$

eine Funktion ist, die ausschließlich von den Eigenschaften des Führungsfeldes abhängt.

Mit der Anzahl  $N$ , der emittierten Photonen pro Zeiteinheit, führt das Quantenrauschen zu einer Strahlemittanz pro Zeiteinheit von

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\langle N \langle u^2 \rangle H(s) \rangle_s}{E_0^2},$$

wobei  $\langle \rangle_s$  die Mittelung der eingeschlossenen Funktion entlang des Ringes ist. Die Emission von Synchrotronstrahlung führt zu einem kontinuierlichen Anwachsen der Strahlemittanz. Diesem Anwachsen wird durch den Prozeß der Energiegewinnung an den Hochfrequenzsystemen gegengewirkt. Die Energiegewinnung führt zu einer Dämpfung der Betatronoszillation. Die Gleichgewichtsemittanz bzw. natürliche horizontale Emittanz in einem Speicherring ist gegeben durch

$$\varepsilon_0 = C_q \gamma^2 \frac{I_5}{I_2 - I_4},$$

mit  $I_5$ , einem weiteren Synchrotronstrahlungsintegral:  $I_5 = \int \frac{H}{c|\rho|^3} ds$ .

Für eine Magnetanordnung bei der  $1/\rho = 1/\rho_0 = \text{konstant}$  in den Ablenkmagneten, ansonsten 0 ist, vereinfacht sich dieses Resultat zu

$$\varepsilon_0 = C_q \gamma^2 \frac{\langle H \rangle_{\text{Magnete}}}{J_x \rho_0},$$

mit

$$J_x = 1 - D.$$

Im Prinzip sollte in der vertikalen Ebene in einem ebenen Ring ohne vertikale Ablenkmagnete die abgedämpfte Emittanz null sein. Orbitstörungen, die durch Fehlaufstellung der Magnete hervorgerufen werden, und die Kopplung zwischen der horizontalen und vertikalen Bewegung (z.B. durch um die Strahlachse rotierte Quadrupole), ergeben eine endliche, vertikale Emittanz. Mit  $k$  dem Kopplungsfaktor und  $\varepsilon_0$  der natürlichen, horizontalen Emittanz definiert man:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{1+k} \varepsilon_0, \quad \varepsilon_z = \frac{k}{1+k} \varepsilon_0.$$

In sorgfältig aufgestellten Magnetstrukturen in einem Speicherring und mit einer hervorragenden Strahlagekorrektur erreicht man minimale Kopplungsfaktoren in der Größenordnung von einem Prozent.

Falls die Teilchen gaussisch im Strahl verteilt sind, ergeben sich im horizontalen Fall die Strahlausdehnung  $\sigma_x(s)$  und die Strahldivergenz  $\sigma_{x'}(s)$  zu

$$\sigma_x^2 = \epsilon_x \beta_x + \left( \frac{\sigma_\epsilon}{E_0} \right)^2 d_x^2,$$

$$\sigma_{x'}^2 = \epsilon_x \gamma_x + \left( \frac{\sigma_\epsilon}{E_0} \right)^2 d_{x'}^2$$

und im vertikalen Fall zu  $\sigma_z^2 = \epsilon_z \beta_z, \sigma_{z'}^2 = \epsilon_z \gamma_z.$

Zusammenfassend ergibt sich folgendes:

$$\alpha_i = J_i \frac{U_0}{2E_0 T_0},$$

wobei  $i$  für  $x, z$  oder  $\epsilon$  steht und die  $J_i$  die Dämpfungszahlen für die verschiedenen Ebenen sind:

$$J_x = 1 - D, J_z = 1 \text{ und } J_\epsilon = 2 + D.$$

Sie sind so benannt worden, weil die Summe der Dämpfungszahlen eine Konstante ist:

$$J_x + J_z + J_\epsilon = 4.$$

Dies ist die Aussage des Robinson-Theorems [Robinson58]. Soll in einem Speicherring in den drei Ebenen ( $i = x, z, \epsilon$ ) gleichzeitig Dämpfung vorliegen, so bedeutet dies für die Dämpfungszahlen  $J_i > 0$  und dies führt für  $D$ , dem Verhältnis der Synchrotron-Strahlungsintegrale ( $I_4/I_2$ ) zu  $-2 < D < 1$ .

## 2.5 Elektronenkühlung

Die Elektronenkühlung ist ein Verfahren, mit dem man in der Lage ist, die Ausdehnung, die Divergenz und die Energiebreite eines gespeicherten Ionenstrahles zu reduzieren, ohne dabei nennenswert Teilchen zu verlieren. Die Elektronenkühlung als Methode zur Verbesserung der Eigenschaften des gespeicherten Ionenstrahles ist von G. Budker vorgeschlagen worden [Budker66]. Da die Teilchenzahl bei diesem Prozeß ungeändert bleibt und die Raum- und Winkelkoordinaten verkleinert werden, heißt dies, daß der Phasenraum, der durch die gespeicherten Teilchen eingenommen wird, komprimiert wird. Die häufigste Anwendung findet die Elektronenkühlung in der verlustfreien Kompression von Ionenstrahlen. Für Experimente mit gekreuzten Strahlen ergibt die Reduzierung der Strahlgröße eine Erhöhung der Luminosität.



Für Targetexperimente führt die reduzierte Strahlgröße zu einem vorteilhaft kleinen Wechselwirkungsverteiler. Die Reduzierung der Energiebreite erlaubt hochauflösende Experimente mit internen Targets.

Zur Akkumulation von Teilchenstrahlen, die sich anderweitig nicht mit genügender Intensität herstellen lassen, kann die Elektronenkühlung genutzt werden. Dies liegt darin begründet, daß die Elektronenkühlung sehr schnell die Emittanz eines in einen Speicherring injizierten Strahlpulses reduzieren kann. D.h. auch mit geringer Anfangsintensität des angelieferten Strahles können hohe gespeicherte Strahlströme durch Akkumulation mit laufender Elektronenkühlung erreicht werden. Dies wird bei der Speicherung von leichten bis schweren Ionen, Deuteronen und polarisierten Protonen genutzt. Bei niedrigen Energien, in COSY unterhalb von 200 MeV Strahlenergie, kann die Elektronenkühlung auch zur Kompensierung von Strahlaufheizung gebraucht werden. Effekte, die zur Strahlaufheizung führen, sind die Proton-Proton Streuung im Strahlpaket ("Intrabeam"-Streuung), Streuung am Restgas und an internen Targets.

Bei der Elektronenkühlung eines Protonstrahles läßt man einen nahezu monochromatischen und parallelen Strahl von Elektronen mit den Protonen in einem geraden Stück des Speicherrings überlappend gemeinsam laufen. Die Geschwindigkeit der Elektronen wird möglichst gleich der mittleren Geschwindigkeit der Protonen eingestellt. In dem Überlappbereich stellen sich die Protonen so dar, als ob sie unter verschiedenen Winkeln und mit unterschiedlicher Geschwindigkeit durchlaufen, während sich die Elektronen parallel und alle mit der selben Geschwindigkeit bewegen. Betrachtet man die Situation in einem System, das sich mit der Geschwindigkeit der Elektronen bewegt, so passieren die Protonen durch das Elektronengas aus den unterschiedlichsten Richtungen und mit den unterschiedlichsten Geschwindigkeiten. Die Protonen verlieren oder gewinnen in dem Elektronengas durch Coulomb-Streuung Energie. Dies bedeutet, daß die Protonen in dem mitbewegten System abgebremst bzw. beschleunigt werden, bis am Ende der Kühlung die Protonen sich mit der Geschwindigkeit der Elektronen bewegen. Die Elektronen werden laufend erneuert, bis die gewünschte Strahlkühlung eingetreten ist.

In der Thermodynamik steht die innere Energie  $U$  einerseits mit der Temperatur und andererseits mit der mittleren Geschwindigkeit  $\langle v \rangle$  in Beziehung:

$$U = \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$$

mit  $k$  der Boltzmannkonstanten und  $m$  der Masse der Atome. Für einen Ionenstrahl kann die Temperatur erst im ruhenden System angegeben werden und dann in das bewegte System transformiert werden.

Für die transversale Temperatur gilt:

$$kT_{\perp} = \gamma^2 m_i c^2 \beta^2 \left( \frac{\epsilon_x}{\beta_x} + \frac{\epsilon_z}{\beta_z} \right),$$

mit  $m_i c^2$  der Ruhemasse des Ions,  $\beta = v/c$  und  $\epsilon_x/\beta_x$ ,  $\epsilon_z/\beta_z$  den Divergenzen des Ionenstrahles. Eine Reduzierung der transversalen Temperatur entspricht die Verkleinerung der transversalen Emittanzen des Ionenstrahles.

Die Ionen haben in den umlaufenden Strahlpaketen kleine Geschwindigkeitsabweichungen untereinander zur mittleren Geschwindigkeit. Mit dem Impuls  $p = m_i \gamma v$  ergibt sich über  $\Delta p = m_i (\gamma \Delta v + v \Delta \gamma)$  für die longitudinale Temperatur

$$kT_{\parallel} = m_i c^2 \beta^2 \left( \frac{\Delta p}{p} \right)^2.$$

Eine Verkleinerung der longitudinalen Temperatur der Ionen ist gleichbedeutend mit einer Reduzierung der Impulsbreite des Strahles.

Ein intensiver Elektronenstrahl wird durch ein toroidales Magnetfeld in die Sollbahn der Protonen eingefädelt. Die Elektronen werden durch ein, parallel zur Flugbahn stehendes Magnetfeld, das von einer Solenoidspule erzeugt wird, zusammengehalten. Am Ende der Wechselwirkungszone werden die Elektronen wieder durch ein toroidales Magnetfeld von den Protonen getrennt. Die in einer Kanone erzeugten Elektronen müssen auf etwa 100 keV beschleunigt werden, um Protonen bei einer Energie von 200 MeV kühlen zu können. Die Elektronen werden nach ihrer Auslenkung aus dem Protonenstrahl abgebremst und in einem Kollektor aufgefangen. Die Leistungsverluste eines solchen Kollektors betragen nur einige zehntel Promille. Die Konstruktionsmerkmale des COSY-Elektronenkühlers und erste Betriebserfahrungen sind beschrieben in [Maier94a].

Um die Elektronenkühlung anzuwenden, ist in COSY eine Anordnung, wie sie in Abb. 3 dargestellt ist, eingebaut.

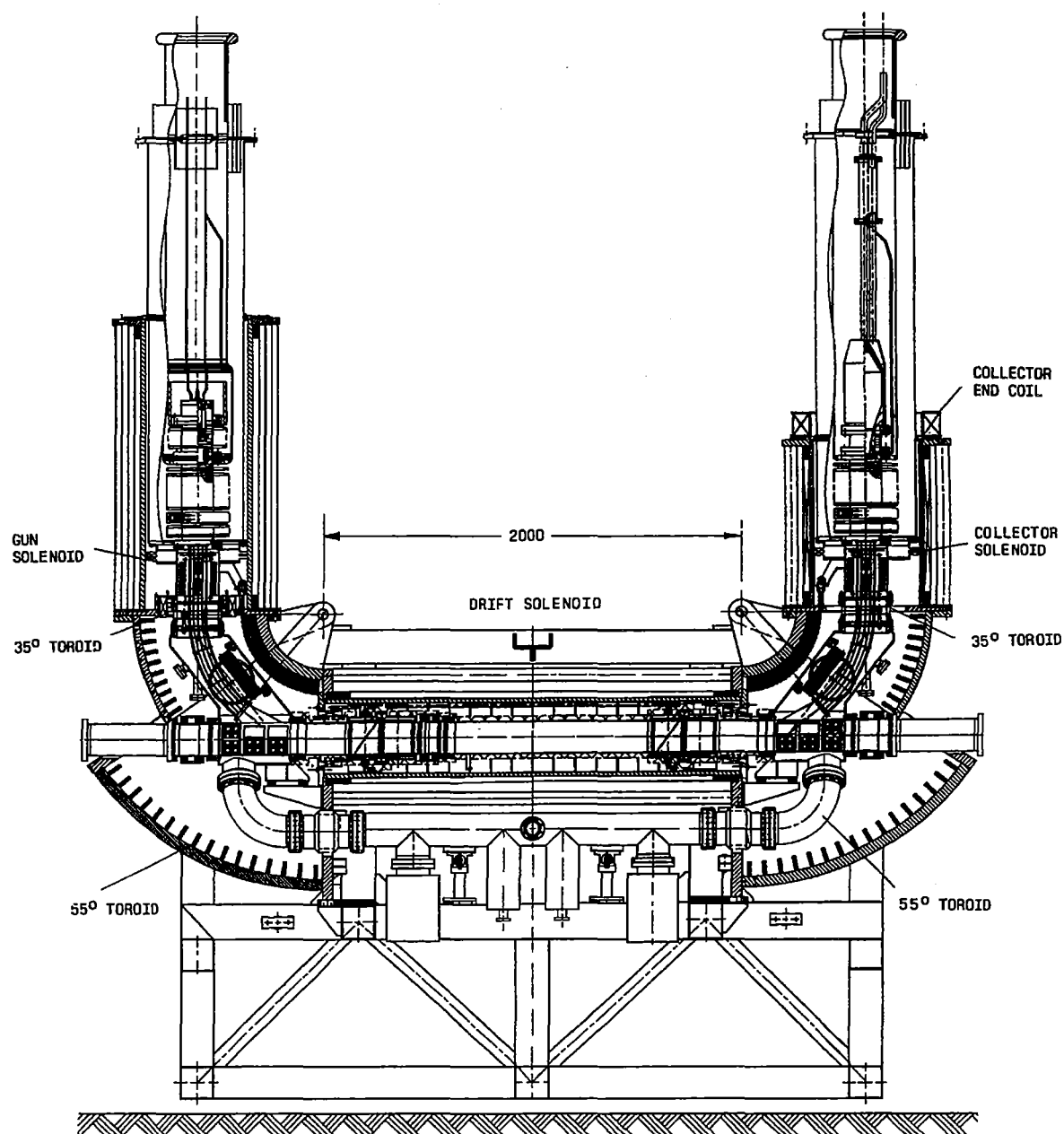


Abb. 3: Aufbau des COSY-Elektronenkühlers

## 2.6 Stochastische Kühlung

Die stochastische Kühlung basiert auf dem Prinzip der Messung des Ladungsschwerpunktes eines umlaufenden Strahlpaketes an einer Stelle im Beschleuniger und der Erzeugung eines Korrektursignales, das strahlabwärts mit einer Ablenkelektrode auf das Strahlpaket eingebracht wird. Dies führt zur Verringerung der longitudinalen und transversalen Emittanzen des Strahles. Die grundsätzlichen Ideen zur stochastischen Kühlung sind von S. van der Meer entwickelt worden [Möhl80].

Zur Durchführung der stochastischen Kühlung bedient man sich einer Einrichtung, wie sie in Abb. 4 skizziert ist.

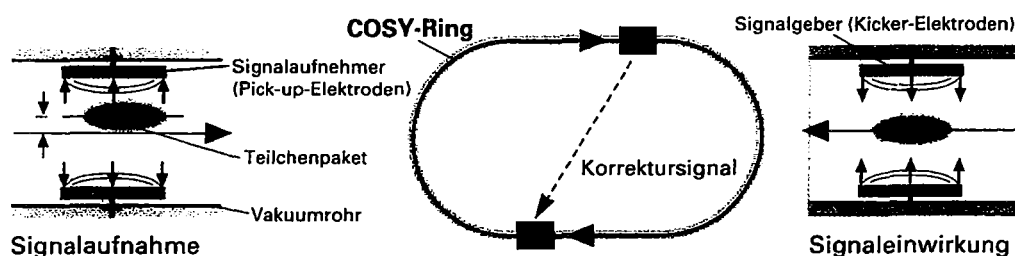


Abb. 4: Das Prinzip der Stochastischen Kühlung. Der Signalaufnehmer mißt die Ablage (z.B. horizontal) des Strahles und der Signalgeber korrigiert den Fehler im Winkel. Die Aufnehmer und Geber müssen eine  $\frac{1}{4}$  Periode plus Vielfache auseinanderliegen. Die Ortsablage am Aufnehmer wird dann in einen Winkelfehler an Geber der ganzen Periode transformiert, der dort korrigiert wird.

Die injizierten Protonen weisen zur idealen Sollbahn eine kleine Orts- und Winkelablage auf. Die fokussierende Magnetanordnung versucht die Abweichungen zu erhalten, d.h. die Protonen schwingen um die ideale Sollbahn. Zur Dämpfung dieser Schwingungen baut man ein stochastisches Kühlsystem in folgender Weise auf: eine Aufnehmerelektrode mißt bei jedem Durchgang des Protons die Position. Das Fehlersignal, dessen Höhe proportional zur Ablage des Protons am Aufnehmer ist, wird verstärkt und an einen Signalgeber angelegt, der das Proton entsprechend dem Fehler ablenkt. Im einfachsten Fall bestehen die Signalaufnehmer aus zwei parallelen Platten. Die Differenz der induzierten Signale in den Platten ist ein Maß für den Positionsfehler der umlaufenden Protonen. Der Signalgeber ist genau so aufgebaut und lenkt durch Anlegen eines elektrischen Feldes die Protonen ab.

Durchfliegt ein Proton den Signalaufnehmer mit der maximalen Ablage, so wird die Schwingung am Signalgeber vollständig ausgelöscht. Protonen, die phasenverschoben sind, erfahren eine geringere Dämpfung der Schwingung, bzw. im ungünstigsten Fall überhaupt kein Korrektursignal. Da die Anzahl der Schwingungen pro Umlauf weder ganz noch halbzahlig sind, kommen die Protonen mit verschiedenen Phasen in den nachfolgenden Umläufen am Auf-

nehmer vorbei und die Schwingungen aller Protonen werden gedämpft. Die Kühlzeiten bei der stochastischen Kühlung sind direkt proportional zur Bandbreite des Verstärkersystems und umgekehrt proportional zur Zahl der gespeicherten Protonen. Sie funktioniert unabhängig vom Impuls der umlaufenden Protonen und ist um so wirkungsvoller je größer die Ausgangsemitanzen sind.

## 2.7 Laserkühlung

Die Laserkühlung wird seit einigen Jahren auch in Ionenspeicherringen untersucht und angewandt. In Abb. 5 wird das grundsätzliche Funktionieren der Laser-Kühlung dargestellt. Ein Laserstrahl mit kleiner Bandbreite wird mit einem Ionenstrahl in einem geraden Abschnitt eines Speicherringes zum Überlapp gebracht. Die umlaufenden Ionen müssen eine atomare Struktur mit zwei elektronischen Niveaus besitzen, ein unteres und ein oberes Niveau und es darf keine Verzweigung zu anderen Niveaus existieren. Ist nun die Ionengeschwindigkeit derart, daß die dopplerverschobene Wellenlänge des Lasers zur Energiedifferenz der beiden Niveaus des Ions paßt, dann kann ein Photon absorbiert werden. Das Ion wird sich anschließend durch Photonenemission abregen. Da nun der Emissionsprozess isotrop erfolgt, gewinnt das Ion bei einem solchen Absorptions-Emissionsvorgang im Mittel den Impuls des Photons. Dies führt zu einer repulsiven Kühlkraft weg von der resonanten Geschwindigkeit. Um zu einem stabilen Gleichgewicht zu gelangen ist es notwendig, die Ionen zu beschleunigen, oder einen zweiten Laser zu benutzen. Damit erzeugt man eine Kühlkraft mit umgekehrten Vorzeichen. Die beiden Laser müssen im Ruhesystem der Ionen leicht gegeneinander verstimmt sein. Die Kühlung führt letztlich zur Einschränkung der Geschwindigkeitsverteilung der Ionen. Die Impulsverteilung der Ionen wird durch die Frequenzdifferenz der beiden Laser bestimmt. In Beschleunigern (TSR, Heidelberg und ASTRID, Aarhus) konnte die Laserkühlung bei Li-, Be- und Mg-Ionen gezeigt werden [Schröder90], [Petrich93], [Hangst93].

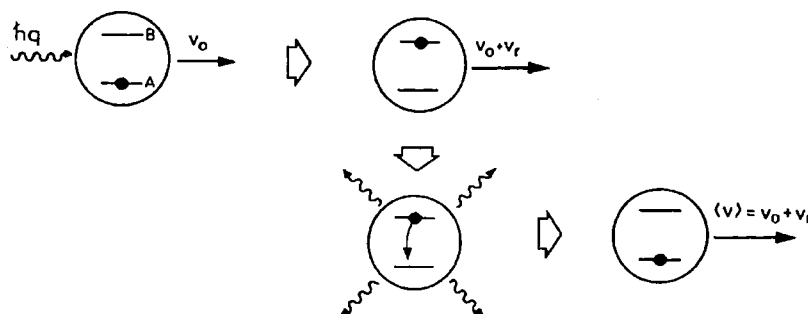


Abb. 5: Schematische Darstellung des Photonen-Absorptions- und Emissionsvorganges, die zur Laserkühlung führen.

## 2.8 Vergleich der Kühlmethoden

Die Strahlungsdämpfung in Elektronen- und Positronenringen beginnt jeweils bei sehr kleinen Energien, wird jedoch zu höheren Energien immer stärker, denn die Dämpfungszeitkonstante ist proportional zu  $E^3$ . Die Kühlzeiten sind unabhängig von der Strahlintensität und von den transversalen bzw. longitudinalen Emittanzen. Im 1.2 GeV SLC Positronen-Dämpfungsring [Delahaye und Rivkin85] erreicht man Dämpfungszeiten von 3 ms, die ausreichen, um die injizierte Strahlemittanz um einen Faktor 300 bei einer Speicherzeit von rund 10 ms zu reduzieren.

Die abgestrahlte Energie pro Umlauf  $eU_0$  kann man schreiben als:

$$eU_0 = 9.5 \cdot 10^{-10} eVm \left[ \frac{E_0}{m_0 c^2} \right]^4 \int_c \frac{ds}{\rho^2}.$$

Der Energieverlust hängt sehr stark von der Ruhemasse des Teilchens ab und dies erklärt, warum die Strahlungsdämpfung für Elektronen bzw. Positronen so wichtig ist. Die Kühlrate in den drei Ebenen ( $i = x, z, \epsilon$ ) ergibt sich aus dem Energieverlust und den Dämpfungszahlen  $J_i$ , die von der Speicherringoptik abhängen, zu:

$$1/\tau = \frac{1}{T_0} \left[ \frac{eU_0}{E_0} \frac{J_i}{2} \right].$$

Die Laserkühlung kann man nur bei bestimmten Ionensorten anwenden. Die Kühlzeiten sind auch unabhängig von der Ionenstrahlintensität und liegen in der Größenordnung von  $10^{-4}$  bis  $10^{-5}$  s. Die Laserkühlung bevorzugt bereits kleine Emittanzen des zu kühlenden Strahles.

Die Elektronenkühlung kann für alle Ionensorten eingesetzt werden. Die Kühlzeiten sind dann klein, wenn die Emittanzen bereits klein sind und liegen im Bereich von Sekunden bis Hundertstelsekunden. Die Strahlintensität des umlaufenden Ionenstrahles geht nicht in die Kühlzeit ein. Der von der Elektronenkühlung überstrichene Geschwindigkeitsbereich liegt zwischen einem und 50% der Lichtgeschwindigkeit.

In dem Bereich, in dem die Ionengeschwindigkeit größer ist als die longitudinale Breite der Elektronengeschwindigkeitsverteilung, erhält man aus der Theorie [Derbenev und Skrinski77] für die Kühlzeit folgende Skalierungsverhalten:

$$\tau \propto 1/n_e$$

$$\tau \propto A/Z^2$$

$$\tau \propto \gamma^2 \text{ für konstante Elektronendichte}$$

$$\tau \text{ ist unabhängig von der Anzahl der gespeicherten Ionen,}$$

mit  $n_e$ : Elektronendichte,  $A$ : Massenzahl und  $Z$ : Ordnungszahl des Ions,  $\gamma$ : relativistischer Faktor.

Dies trifft bei der stochastischen Kühlung nicht zu: Dort geht die Teilchenzahl des Ionenstrahles direkt in die Kühlzeit ein. Eine grobe Abschätzung für die Kühlzeit lautet:

$$\tau \approx \text{Teilchenzahl} \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

Große Emittanzen des Strahles führen zu kleineren Kühlzeiten, da die Signale in den Aufnehmerstrukturen größer sind und damit das Signalrauschverhältnis günstiger ist. Die stochastische Kühlung funktioniert unabhängig von der Energie der Strahlteilchen und kann für alle Ionensorten eingesetzt werden. Sie wird besonders wirkungsvoll bei der Speicherung von Antiprotonen eingesetzt.

S. van der Meer hat gezeigt, daß die Dämpfungsraten der stochastischen Kühlung gegeben ist durch:

$$1/\tau = \frac{W}{2N} (2g - g^2),$$

mit  $W$  der Bandbreite des Kühlsystems und unter der Annahme, daß die Teilchen vollständig durchmischt werden zwischen den einzelnen Korrekturen. Die Ablage eines Teilchens wird durch die Korrektur von  $x$  nach  $x - g\bar{x}$  geändert, wobei  $\bar{x}$  die mittlere gemessene Ablage der  $N$  Teilchen und  $g$  der Verstärkungsfaktor ist.

Die Kühlung hängt von den zwei Effekten ab. Zum einen hängt sie vom Teilchen selbst, dem kohärenten Anteil  $2g$  und zum anderen von dem Rauschen aller Teilchen, dem Schottky-Rau-

schen, mit dem Term  $-g^2$  ab. Beide Effekte werden durch das Rückkopplungssystem vom Signalaufnehmer zum Signalgeber übertragen. Der kohärente Effekt führt zu einer Dämpfung der Teilchenbewegung, während das Schottky Rauschen zu einer Anregung führt.



### 3. BRILLANZ UND EMITTANZ

In Beschleunigern, sowohl linearen wie kreisförmigen Maschinen, in denen die Teilchenenergie verändert wird, ist die Emittanz  $\varepsilon$  keine invariante Größe. Die Qualität eines Teilchenstrahles wird charakterisiert durch das Produkt des Strahlquerschnittes und der Strahldivergenz, gleich Emittanz, und der Impulsverteilung. Diese Größen definieren den Teil des Phasenraumes, den die Teilchen im Beschleuniger einnehmen. Anstelle der Emittanz wird die sogenannte normalisierte Emittanz  $\varepsilon_u$  definiert.

$$\varepsilon_{x,u} = \beta\gamma\varepsilon_x,$$

welche sich auf das Gebiet im katatonischen Phasenraum bezieht. Die normalisierte Emittanz ist während der Beschleunigung eine Konstante.

Die Lorentzgrößen  $\beta\gamma$  erhöhen sich proportional zum Teilchenimpuls  $p$ , somit erniedrigt sich die Emittanz proportional zu  $1/p$ . Dies wird adiabatische Dämpfung genannt.

Ein wesentlicher Fortschritt in der Beschleunigertechnologie ist die Erhaltung und darüber hinaus die Reduzierung der Strahlemittanz.

Zur Verbesserung der Emittanzen tragen bei:

- Elektronenkühlung
- Stochastische Kühlung
- Laserkühlung
- Synchrotronstrahlung

Effekte, die zu einer Verschlechterung der Emittanzen führen, sind:

- Streuung an einer dünnen Folie
- „Intrabeam“ Streuung
- Raumladung
- Streuung am Restgas
- Kopplung
- Synchrotron-Betatron-Resonanzen

Die horizontalen und vertikalen Emittanzen  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_z$  stehen mit der Brillanz  $B$  und dem umlaufenden Strom  $I$  in folgender Beziehung:

$$B \propto \frac{I}{\varepsilon_x \varepsilon_z}.$$

Die Brillanz ist in vielen Anwendungen mit Teilchenstrahlen die entscheidende Größe.

Zur Durchführung von Experimenten in der Mittelenergiephysik sind die Eigenschaften wie Brillanz und Impulsverteilung im Ionenstrahl von entscheidender Bedeutung. Die kleinen Emittanzen führen zu transversal sehr kleinem Targetfleck. Dies bedeutet eine verbesserte Rekonstruktion über die Winkelauflösung, selbst wenn die Detektoren in kurzer Distanz aufgestellt werden. Man kann mit kleinen Detektoren eine große Akzeptanz erreichen.

Im Target unterliegen die Ejektile weniger Sekundärreaktionen, weniger Energieverlust und weniger Streuung. Dies führt wiederum über die Winkelauflösung zur Vermeidung von Fehlern in der Rekonstruktion der Ereignisse.

Der kleine Targetfleck erlaubt den Aufbau von effektiven Triggern zur Selektion von Ereignissen, bei denen schwach zerfallende Teilchen produziert werden.

Die gute Impulsauflösung des Strahles bietet die Möglichkeit hochauflösende Experimente an der Schwelle durchzuführen, hohe Präzision bei der kinematischen Rekonstruktion zu erreichen und erlaubt sehr scharfe Schnitte in der statistischen Auswertung.

Die hohe Brillanz, die in Beschleunigeranlagen wie COSY für interne Experimente erzeugbar ist, eröffnet Anwendungen, die heute im einzelnen noch nicht abzusehen sind. Die Möglichkeiten, die bereits angegangen werden, sind:

- die Messung von Anregungsfunktionen mit hoher Impulsauflösung, wobei der Impuls des Protonenstrahles über die Rechnersteuerung von Zyklus zu Zyklus im Beschleunigungsvorgang genau definiert ist und dem Experimentator mitgeteilt wird;
- die Untersuchung von Prozessen mit kleinen Wirkungsquerschnitten;
- die Nutzung von Targets, die aus äußerst wenigen Reaktionszentren bestehen, z.B. in Form von Strahlen polarisierter Atome.

Für eine große Zahl von Experimenten spielt die Brillanz des Synchrotronlichtes eine wesentliche Rolle. Die extremen Anforderungen an die Brillanz werden in den wissenschaftlichen Begründungen für die ALS [Conceptual Design Report86], BESSY II [Gaupp86] und ESRF [Buras und Tazzari84] dargelegt. Die Brillanz, genauer die spektrale Brillanz, ist definiert als

Quellgröße  $dA$  pro relativer Bandbreite  $d\omega/\omega$  in ein Raumwinkelement  $d\Omega$  emittiert wird:

$$B = d^4N/(dt dA d\Omega d\omega/\omega).$$

Die Brillanz wird üblicherweise in Einheiten von

$$[B] = \text{Anzahl der Photonen/s/mrad}^2/\text{mm}^2/0.1\% \text{ relativer Bandbreite}$$

gemessen.

Abgesehen von Diffraktionseffekten, ist das Produkt der Quellgröße und des Raumwinkels proportional zum Produkt der Strahlquerschnitte und deren Divergenzen in beiden Ebenen. In den dispersionsfreien Strecken bilden die Produkte der Strahlquerschnitte und der Divergenzen die versalen Emittanzen ( $\epsilon_x \epsilon_z$ ):

$$\text{Brillanz} = \frac{\text{spektraler Flu\ss}}{\epsilon_x \epsilon_z}.$$

Der spektrale Fluß wird bestimmt durch den umlaufenden Strom im Speicherring.

Um brillante Lichtquellen zu erhalten, kann man einerseits den spektralen Fluß erhöhen und andererseits die Emittanzen zu kleinen Werten optimieren. Der Erhöhung des spektralen Flusses sind Grenzen gesetzt, da in den Speicherringen nur endlich hohe Ströme  $I$  gespeichert werden können (z.B. BESSY:  $I_{\max} \simeq 1 \text{ A}$ ). Dies bedeutet, daß die Magnetstrukturen weiter entwickelt werden müssen. In Abb. 6 ist die Brillanz von BESSY II, einem Speicherring der dritten Generation, für verschiedene Undulatoren und Wiggler als Funktion der spektralen Energie dargestellt.

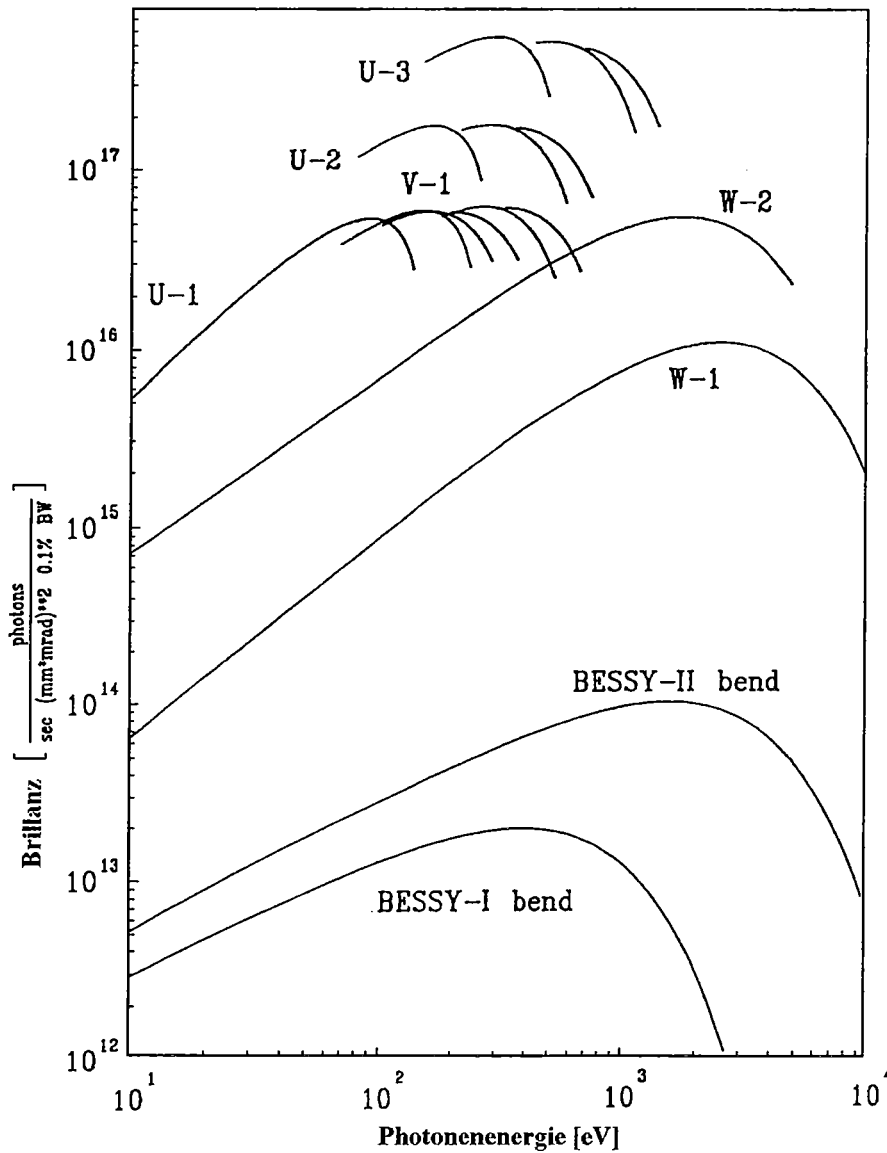


Abb. 6: Spektrale Brillanz der Strahlrohre für die Undulatoren (Durchstimmkurven jeweils erste, dritte und fünfte Ordnung) und Wiggler im Vergleich zur Strahlung aus den Ablenkmagneten von BESSY I und BESSY II. Für den Speicherring BESSY II sind folgende Parameter zugrunde gelegt:

$$E = 1.5 \text{ GeV}, \epsilon_x = 5 \cdot 10^{-9} \pi \cdot \text{rad} \cdot m, \epsilon_z = 5 \cdot 10^{-10} \pi \cdot \text{rad} \cdot m,$$

$$I = 100 \text{ mA}, \rho = 3.83 \text{ m}, \beta_x = 10 \text{ m/rad}, \beta_z = 2.5 \text{ m/rad}.$$

Als Eingabedaten für BESSY I wurden benutzt:

$$E = .75 \text{ GeV}, \epsilon_x = 4 \cdot 10^{-8} \pi \cdot \text{rad} \cdot m, \epsilon_z = 4 \cdot 10^{-9} \pi \cdot \text{rad} \cdot m,$$

$$I = 300 \text{ mA}, \rho = 1.78 \text{ m}, \beta_x = 1 \text{ m/rad}, \beta_z = 2.3 \text{ m/rad}.$$

### 3.1 Verkleinerung der Emittanz durch Kühlverfahren

Geladene Teilchen, die in einem Speicherring umlaufen, sind ein höchst geordnetes Ensemble von Teilchen. Denn die Teilchen laufen mehrere  $10^{11}$  Umläufe pro Tag in einem Ring um. Die Strahlkühlung kann die Ordnung noch verbessern oder zumindest länger aufrechterhalten.

Mit vier verschiedenen Methoden wird Strahlkühlung in Speicherringen durchgeführt:

- i) Kühlung des Elektronenstrahles (Positronen) durch die Synchrotronstrahlung,
- ii) Kühlung des Protonen (Antiprotonen), bzw. Ionen-Strahles durch Elektronen,
- iii) Stochastische Kühlung des Protonen bzw. Ionen-Strahles,
- iv) Laserkühlung von speziellen, teilweise ionisierten Strahlen.

Als Beispiele sind in den Abbildungen 7 und 8 die Verkleinerung der Bunchlänge [Maier93] und die Reduzierung der Strahlquerschnitte [Maier94b] mit elektronengekühlten Protonenstrahlen von COSY dargestellt.

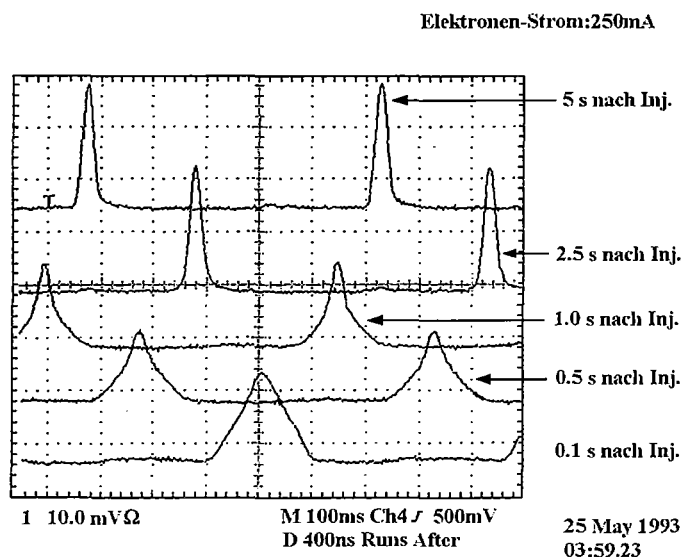


Abb. 7: Longitudinales Strahlprofil (Bunchlänge) vor (untere Spur) und nach Elektronenkühlung des 40 MeV Protonenstrahls von COSY

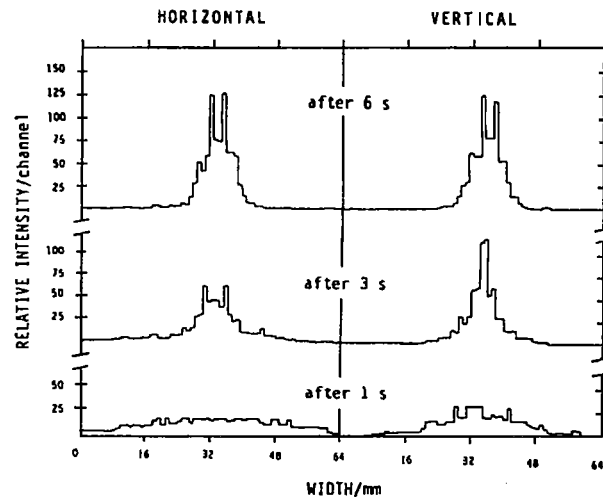


Abb. 8: Horizontales und vertikales Strahlprofil eines neutralen Wasserstoffatomstrahles während des Kühlvorganges mit dem Elektronenkühler von COSY. Dieser  $H^0$ -Strahl wird beim Kühlvorgang mit einer Rate von 3000/s im Überlappbereich von Elektronen und Strahlprotonen erzeugt. Die Flugstrecke der  $H^0$ -Atome bis zur Vieldrahtkammer beträgt 25 m.

Der Hauptvorteil der Strahlkühlung liegt in der Erhöhung der Strahldichte und bietet zumindest diese drei Möglichkeiten:

1. Speicherung von seltenen Teilchen (Positronen, Antiprotonen und von exotischen Ionen z.B. radioaktive Kohlenstoffstrahlen),
2. Kompensation von Effekten, die sowohl longitudinal als auch transversal zu Emittanzaufweitung führen,
3. Präparation von hoch monochromatischen und besonders scharfgebündelten Strahlen zur Durchführung von Präzisionsexperimenten.

Betrachtet man den Teilchenstrahl als eine statistische Verteilung von Punkten in einem zweidimensionalen Phasenraum, so ist die Strahlemittanz eine Größe, welche die Ausdehnung in dieser Ebene angibt.

Der Ausdruck für die Emittanz lautet:

$$\varepsilon = 4 \left( \overline{x^2} \cdot \overline{x'^2} - (\overline{xx'})^2 \right)^{1/2}$$

mit  $x$  der Koordinate und  $x'$  dem Winkel im Phasenraum [Lapostolle71].

Diese Größe wird manchmal entweder die "effektive Emittanz" oder auch "r.m.s. Emittanz" genannt. Zu beachten ist, daß der Faktor vier willkürlich ist.

Mit dieser Definition kann man nun zeigen, wie sich die Emittanz z.B. bei Streuung der Teilchen, bei Quantenfluktuation der Synchrotronstrahlung oder der stochastischen Kühlung verhält.

Durchlaufen die bereits gespeicherten Protonen wiederholt die Umladefolie wie beim Injektionsvorgang in COSY, so werden die Strahlteilchen zufällig gestreut. Dies führt zum Anwachsen der Strahlemittanz. Betrachtet man allein die horizontale Ebene, so ändert sich bei der Streuung  $x'$  nach  $x' + \delta x'$ , während sich die Position  $x$  nicht ändert. Die Änderung  $\delta x'$  ist unabhängig von Ort und Winkel und mittelt sich für viele Streuprozesse zu null. Die Änderung der Emittanz ergibt sich zu:

$$\Delta \varepsilon^2 = 16 \overline{x^2} \delta \overline{x'^2}.$$

In gleicher Weise kann man das Anwachsen der Emittanz durch Abstrahlung von Photonen in einem Elektronenspeicherring beschreiben. Bewegt sich ein Elektronenstrahlpaket durch ein Transportsystem, führen die Fluktuationen im Energieverlust der einzelnen Elektronen zu einem Anwachsen der Größe des Strahlpaketes. Nimmt man an, daß ein Strahl einer gegebenen Emittanz durch ein lineares Transportsystem fliegt, so bleibt, sofern keine Strahlungseffekte vorhanden sind, die Emittanz erhalten. Mit Strahlungseffekten ergibt sich eine Emittanz, die durch die Quantenfluktuation der einzelnen Elektronentrajektorien verschmiert ist. Um die endgültige Emittanz zu erhalten, muß die Emittanz aus den Optikrechnungen ( $\varepsilon_a$  mit den Elementen  $\langle x_a^2 \rangle, \langle x_a'^2 \rangle$  und  $\langle x_a x_a' \rangle$ ) mit der Emittanz durch die Strahlungseffekte ( $\varepsilon_q$  mit den Elementen  $\langle x_q^2 \rangle, \langle x_q'^2 \rangle$  und  $\langle x_q x_q' \rangle$ ) überlagern. Diese statistischen Größen können berechnet werden [Sands85] und geben ein Verständnis des Beitrages aus der Quantenfluktuation.

Die stochastische Kühlung führt zu einer Reduzierung der statistischen Teilchenverteilung im Phasenraum. Um den Mechanismus der stochastischen Kühlung zu verstehen, kann man mit folgendem Bild arbeiten. Man betrachte aus dem umlaufenden Teilchenpaket ( $N$  Teilchen) Proben von einem einzelnen Teilchen, dessen Position  $x_0$  nach dem Einwirken des Korrekturablenkers null wird. Diese Korrektur ergibt für die Momente zweiter Ordnung:

$$\overline{x^2} \rightarrow \overline{x^2} - \frac{x_0^2}{N}, \quad \overline{x'^2} \rightarrow \overline{x'^2} \quad \text{und} \quad \overline{xx'} \rightarrow \overline{xx'} - \frac{x_0 x'_0}{N}.$$

Die Änderung der Emittanz ist gegeben durch:

$$\Delta \varepsilon^2 = -\frac{16}{N} \left( x_0^2 x'^2 - 2x_0 x'_0 \overline{xx'} + \frac{x_0^2 x_0'^2}{N} \right)$$

Dies führt, sofern der mittlere Term nicht zu groß wird, zur Verkleinerung der Emittanz. Im Falle, daß jedoch  $x$  und  $x'$  von einander abhängen, wird die Emittanz vergrößert.

Zur Akkumulation von Protonen, leichter oder schwerer Ionen in Kühlreringen, kann das Verfahren der "Multiturn"-Injektion angewendet werden. Dabei wird über mehrere 100 bis 1000 Umläufe die Akzeptanz des Ringes gefüllt, typischer Weise im zehntel bis zehn Millisekundenbereich. Um weitere Teilchen in die Maschine zu injizieren, muß man bereits den gefüllten Phasenraum verkleinern. Eine Phasenraumkompression gelingt mit der Elektronenkühlung während des Injektionsvorganges. Es wird Phasenraum, der für weitere "Multiturn"-Injektionen benötigt wird, zur Verfügung gestellt (Abb. 9).

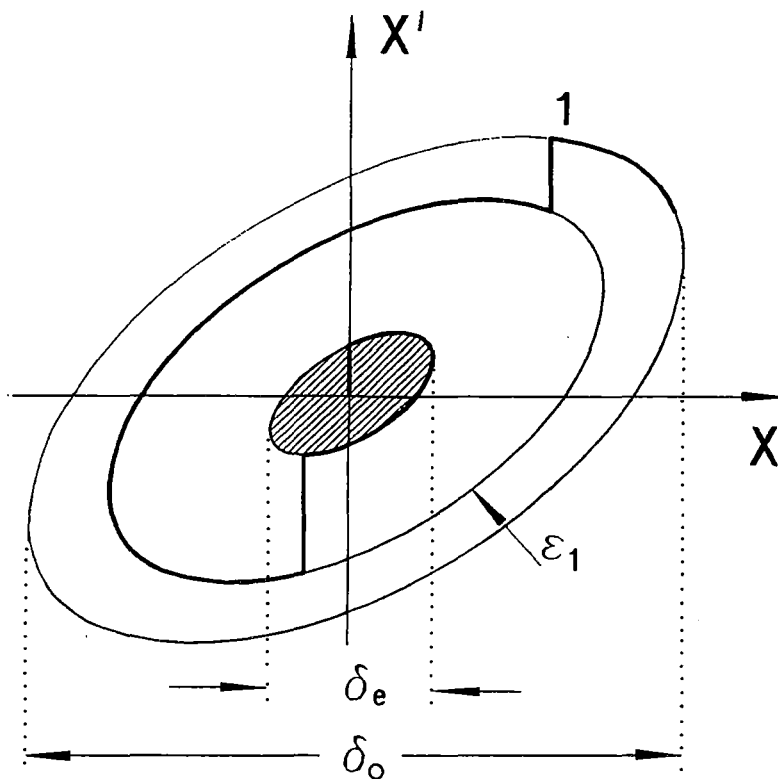


Abb. 9: Die Bewegung eines Protons im horizontalen Phasenraum unter dem Einfluß der Elektronenkühlung.  $\delta_0$  ist der räumliche Durchmesser der Akzeptanzellipse und  $\delta_e$  ist derjenige, der zum komprimierten Phasenraum gehört. Dargestellt ist die Verringerung des Transversalimpulses eines Protons durch e-p Kollision.



Wiederholt man den Vorgang der Injektion über mehrere Umläufe und die Phasenkompression durch die Elektronenkühlung, so kann man die gespeicherte Intensität erheblich steigern. Am TSR in Heidelberg konnte gezeigt werden [Grieser91], daß Intensitätserhöhungen bis zum 15-fachen möglich sind. Unterstützen kann man diese Art des Injektionsvorganges durch Hochfrequenz-Akkumulation. Dabei bremst man die umlaufenden Teilchen durch Modulation der Beschleunigungsfrequenz des Hohlraumresonators und füllt damit den longitudinalen Phasenraum vollständig. Zusätzlich ist es möglich, durch vertikales Wedeln des zu injizierenden Teilchenstrahles die vertikale Akzeptanz des Ringes vollständig zu bevölkern.

### 3.1.1 Einfluß der Optik bei Elektronenkühlung

Eine endliche Dispersion  $d_x(s)$  am Ort des Elektronenkühlers ergibt eine horizontale Abweichung  $x$  vom Sollorbit:

$$x(s) = d_x(s) \frac{\Delta p}{p} = d_x(s) \frac{1}{\eta} \frac{\Delta f}{f},$$

mit  $\eta = \frac{1}{\gamma^2} - \alpha$ ,  $\alpha$  dem Momentum Compaction Factor,  $f$  der Umlauffrequenz und  $\Delta f$  der Verschmierung der Umlauffrequenz im Strahlpaket. Die Verschiebung des Ionenstrahles zur Position des Elektronenstrahles führt zu einer Verlangsamung der Kühlung.

Die Wechselwirkung zwischen den Ionen und den Elektronen führt zu Störungen der Bewegung des Ionenstrahles im Speicherring. Die wesentlichen Einflüsse rühren von dem Solenoid in der Kühlstrecke, den Toroidmagneten und vom elektrischen Feld des Elektronenstrahles her.

Das longitudinale Magnetfeld des Solenoids erzeugt eine Zyklotronbewegung der Ionen mit endlicher Betatronamplitude um die Längsachse. Man erhält damit eine Kopplung der Bewegung in den beiden Phasenraumebenen. Für kohärente Betatronschwingungen führt dies zu einem Anstieg der gekoppelten Schwingungen.

Für polarisierte Teilchen muß durch den Einbau von rückdrehenden zusätzlichen Solenoiden zur Erhaltung des Spins Vorsorge getragen werden. Das longitudinale magnetische Feld in den Solenoids führt zur Drehung des Spins der Ionen. Es ist möglich, den Einfluß des Solenoids zur Drehung des Spins zu nutzen, um die Transparenz der Spinbewegung im Speicherring zu gewährleisten.

Die vertikalen Komponenten des Magnetfeldes in den Toroiden erzeugen einen Versatz des umlaufenden Ionenstrahles. Im Falle des COSY-Elektronenkühlers sind die Ablenkungen am Ein- und Ausgang entgegengesetzt. Die Veränderung des Sollorbit wird durch zusätzliche Dipolmagnete innerhalb des Kühlerteleskopes korrigiert.

Der Elektronenstrahl stellt für den Ionenstrahl eine elektrostatische Linse dar. Dies bedingt eine Veränderung der Betatronamplitude in der Kühlstrecke und führt zu einer Änderung des Arbeitspunktes. Die Arbeitspunktverschiebung ist gegeben durch:

$$\Delta Q_e = \frac{Z}{\beta} \frac{1}{2\gamma^3} n_e r_l l_c < \beta_z >.$$

Bei der Inbetriebnahme des COSY-Kühlers wurden Werte  $\Delta Q \leq 0.01$  gemessen. Dieser Einfluß auf den Arbeitspunkt muß sorgfältig beobachtet werden, denn die Ungleichung  $pQ_x + qQ_z \neq r$  muß für alle ganzzahligen Werte  $(p, q, r)$  erfüllt sein, um den Ionenstrahl stabil zu halten.

### 3.1.2 Einfluß der Optik bei stochastischer Kühlung

Das Anlegen des elektrischen Feldes ( $E_x$ ) im Signalgeber führt zu einer Winkeländerung  $\delta x'$ :

$$\delta x' = \int \frac{E_x}{\beta p} ds.$$

Die Konsequenz der Winkeländerung ist eine gestörte Gleichgewichtsbahn  $x_c(s)$ , die um die ideale Gleichgewichtsbahn oszilliert. Für die Sollbahn  $x(s)$  erhält man:

$$x_c(s) = \frac{\sqrt{\beta_x(s)}}{\Sigma \sin(\pi Q)} \delta x' \sqrt{\beta_x(s_K)} \cos(\phi(s_K) - \pi Q),$$

wobei  $s_K$  der Ort des Signalgebers im Ring ist. Die Ablage, die im Signalaufnehmer gemessen wird, am Ort  $s_{pu}$  ist:

$$x(s_{pu}) = \frac{\delta x'}{z} \sqrt{\beta_x(s_{pu}) \cdot \beta_x(s_K)} \frac{\cos(\phi(s_{pu}) - \phi(s_K) - \pi Q)}{\sin(\pi Q)}.$$

Falls der Arbeitspunkt  $Q$  keine ganze Zahl ist, hängt die Ablage nur schwach von der Wahl des Arbeitspunktes ab. Die Größe der Schwingungsamplituden  $\beta_x(s_{pu})$  und  $\beta_x(s_K)$ , an den ersten der Signalaufnehmer und Signalgebern hingegen, gehen entscheidend in den Prozeß der

stochastischen Kühlung ein. Es ist wichtig, daß ein Betatronphasenvorschub ( $\phi(s_{pu}) - \phi(s_K)$ ) von annähernd  $\pi/2$  plus ganzzahlige Vielfache von  $2\pi$  zustande kommt.

Eine weitere Einflußgröße aus der Optik ist das sogenannte "Mixing". Das Mixing ist notwendig, da das stochastische Kühlsystem so aufgebaut ist, daß es in der Lage ist, die stochastischen Fehler eines Teilchenpaketes zu korrigieren. Nach einer vollständigen Korrektur des Schwerpunktes eines Teilchenpaketes wären, falls sich diese Teilchen in den einzelnen Teilpaketen nicht neu verteilen würden, das Fehlersignal null und der Kühlprozess käme zum stehen. Die einzelnen Ionen in einem Speicherring bewegen sich mit kleinen Abweichungen von der Sollgeschwindigkeit bzw. vom Sollimpuls. D.h. die schnelleren Ionen überholen die langsameren und dies führt zu einer Neuverteilung in den einzelnen Teilpaketen. Die stochastischen Fehler treten wieder auf und die Fehlersignale führen zu weiteren Ablenkimpulsen in den Signalgebern. Die relative Breite der Umlaufzeit der Strahlteilchen hängen mit der relativen Impulsverteilung über die Frequenzschlupfunktion  $\eta$  zusammen:

$$\frac{\Delta T}{T} = -\eta \frac{\Delta p}{p}.$$

Die Funktion  $\eta = \gamma^{-2} - \gamma_t^{-2}$  ist gegeben durch den Abstand der augenblicklichen Arbeitsenergie  $\gamma$  von der Übergangsenergie  $\gamma_t$ . Die Übergangsenergie  $\gamma_t$  ist von der linearen Optik des Speicherringes abhängig. Es gilt:

$$\frac{1}{\gamma_t^2} = \alpha = \frac{1}{c} \int \frac{d(s)}{\rho(s)} ds,$$

mit  $d(s)$  der Dispersionsbahn und  $\rho(s)$  dem Biegeradius in den Ablenkmagneten.

In den stark fokussierenden Protonen-Synchrotrons mit alternierendem Gradienten kann die Übergangsenergie im Arbeitsbereich der Anlage liegen. Im Kühlersynchrotron COSY beträgt für die Standardoptik der Übergangsimpuls 1.8 GeV/c und befindet sich innerhalb des Impulsbereiches, der sich von 270 MeV/c bis 3.3 GeV/c erstreckt [Maier92].

In schwach fokussierenden Maschinen liegt  $E_t$  unterhalb der Ruheenergie des Protons. In Elektronensynchrotrons ist die Energie immer oberhalb der Übergangsenergie. Während des Beschleunigungsprozesses muß die Übergangsenergie  $E_t$  überfahren werden, was zu Strahlverlusten und zum Aufblähen der longitudinalen Emittanz führt. Bei COSY ist ein Verfahren entwickelt worden, das es erlaubt, durch Veränderung der Dispersion ohne Änderung des Arbeitspunktes des Beschleunigers, während der Beschleunigungsphase die Übergangsenergie vor sich her zu schieben. Dieses Verfahren trägt zum einen zur Erhaltung der longitudinalen Emittanz bei, zum anderen erlaubt es immer einen endlichen und positiven  $\eta$ -Wert zur Aufrechterhaltung des Mixings bei der stochastischen Kühlung.

### 3.2 Gleichgewichtsemittanz und verschiedene Typen von Optiken

In Elektronenspeicherringen hängt die Gleichgewichtsemittanz von der Strahlenergie, dem Krümmungsradius, der Dämpfungszahl und der Funktion  $H$  in den Ablenkmagneten ab. Der wesentliche Teil der Arbeit besteht nun darin, die Funktion  $H(s)$  in den Dipolen so zu formen, daß der Mittelwert von  $H(s)$  minimalisiert wird. Dies führt dann zu Magnetstrukturen mit kleiner Emittanz. Die Dämpfungszahl  $J_x$  hängt auch von der Magnetstruktur des Speicherringes ab. In den meisten Maschinen ist  $J_x$  jedoch eine Konstante und liegt nahe bei 1.

Die Transformation der horizontalen Optikfunktionen durch einen nicht fokussierenden Sektormagneten ist gegeben durch (Abb. 10):

$$\begin{aligned}\beta(s) &= \beta_0 - 2\alpha_0 s - \gamma_0 s^2 \\ \alpha(s) &= \alpha_0 - \gamma_0 s \\ \gamma(s) &= \gamma_0 \\ d(s) &= d_0 + d_0' s + \rho (1 - \cos\psi) \\ d'(s) &= d_0' + \sin\psi\end{aligned}$$

mit den Größen  $\psi = s/\rho$ ,  $\rho$  = Ablenkradius und  $\beta_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $d_0$ ,  $d_0'$  den Werten der Optikfunktionen am Eingang ( $s = 0$ ) des Magneten.

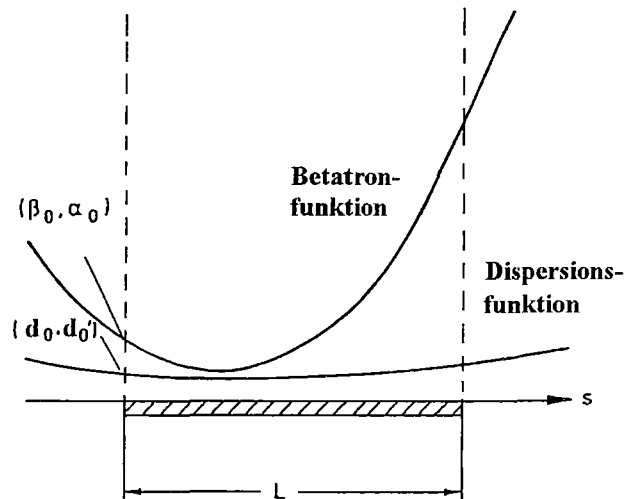


Abb. 10: Verlauf der horizontalen Optikfunktionen in einem nichtfokussierenden Sektormagneten

Für das  $H(s)$   $ds$  ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \int_0^L H ds &= \int_0^L (\gamma d^2 + 2\alpha dd' + \beta d'^2) ds \\
 &= (\gamma_0 d_0^2 + 2\alpha_0 d_0 d_0' + \beta_0 d_0'^2) L \\
 &\quad + 2(\alpha_0 d_0 + \beta_0 d_0')(L - \cos(L/\rho))\rho \\
 &\quad - 2(\gamma_0 d_0 + \alpha_0 d_0')(L - \rho \sin(L/\rho))\rho \\
 &\quad + \frac{\beta_0}{2} \left[ L - \frac{\rho}{2} \sin\left(2\frac{L}{\rho}\right) \right] \\
 &\quad - 2\alpha_0 \rho^2 \left[ \frac{3}{4} - \cos\frac{L}{\rho} + \frac{1}{4} \cos\left(2\frac{L}{\rho}\right) \right] \\
 &\quad + \gamma_0 \rho^2 \left[ \frac{3}{4} L - 2\rho \sin\frac{L}{\rho} + \frac{\rho}{4} \sin\left(2\frac{L}{\rho}\right) \right]
 \end{aligned}$$

mit  $L$  der Länge des Magneten.

Für kleine Ablenkwinkel,  $\phi = L/\rho$ , läßt sich  $\int H ds$  bis zur zweiten Ordnung in  $L/\rho$  ausdrücken

$$\begin{aligned}
 \int_0^L H ds &\equiv \left[ \gamma_0 d_0^2 + 2\alpha_0 d_0 d_0' + \beta_0 d_0'^2 \right] L \\
 &\quad + [\alpha_0 d_0 + \beta_0 d_0'] \frac{L^2}{\rho} - [\gamma_0 d_0 + \alpha_0 d_0'] \frac{L^3}{3\rho} \\
 &\quad + \left[ \beta_0 \frac{L}{3} - \alpha_0 \frac{L^2}{4} + \gamma_0 \frac{L^3}{20} \right] \frac{L^2}{\rho^2}.
 \end{aligned}$$

Eine kleine Emittanz kann mit unterschiedlichen Magnetstrukturen in einem Speicherring erreicht werden. Das Herzstück der Magnetstruktur ist ein Achromat, an den sich zu beiden Seiten gerade, lange und dispersionsfreie Strecken anschließen, die zur Installation der Undulatoren bzw. Wiggler, Beschleunigungshochfrequenzresonatoren und Injektionskomponenten geeignet sind.

Diese Optiken können in zwei Klassen aufgeteilt werden:

i) Strukturen ohne Ablenkmagnete in der dispersionsfreien Strecke:

Der sogenannte "Double Bend Achromat" (DBA), der auch als Chasman-Green-Struktur [Chasman und Green75] bezeichnet wird, erweiterte Chasman-Green-Strukturen und solche, die FODO-Strukturen ohne Ablenkmagnete enthalten und das sogenannte "Triplet Achromat Lattice" (TAL).

Chasman-Green-Optiken sind sowohl für den VUV-Ring [Blumberg79] als auch für den X-ray-Ring [Krinsky79] in Brookhaven benutzt worden. Der Positronen-Speicherring SUPER-ACO wird mit einer erweiterten Chasman-Green-Optik betrieben [Zyngier85]. Die erweiterte Chasman-Green-Struktur war auch die Basis für die Optiken der verschiedenen Synchrotron-Strahlungsquellen, die sich zur Zeit in Konstruktion befinden: ESRF [ESRF Foundation Phase Report87], APS [6 GeV Conceptual Design Report86] und ELETTRA [Design Study for the Trieste Synchrotron Light Source87]. Die TAL-Optik wurde im Speicherring ACO in Orsay [Proc. of the 5th Int. Conf. on High Energy Accel.66] benutzt. Der im Bau befindliche Dortmunder FEL-Speicherring DELTA basiert auf dem TAL-Konzept [Marquardt89].

- ii) Magnetstrukturen mit einem bzw. weiteren Ablenkmagneten im dispersiven Teil:

Der sogenannte "Triplet Bend Achromat" (TBA) und die FODO-Struktur.

Zum Bau des Speicherringes ALADDIN [Rowe81] und der Lichtquelle BESSY [Einfeld und Mülhaupt80] sind Magnetstrukturen mit drei Ablenkmagneten verwendet worden. Achromatische Dreimagnetstrukturen sind sowohl für die ALS in Berkeley [Conceptual Design Report86], BESSY II [Maier87] als auch für SRRC in Taiwan [SRRC Status Report88] vorgeschlagen worden.

Die FODO-Struktur wird normalerweise in Hochenergiephysik-Speicherringen benutzt, da sie sehr kompakt ist. Wegen der gleichmäßigen Abfolge von F-(Fokussierend) und D-(Defokussierend) Quadrupolen nennt man diese optische Auslegung eine FODO-Struktur. Im Gegensatz zu den anderen Typen von Magnetstrukturen, bietet die FODO-Struktur auf natürliche Weise keinen Platz für längere Einbauten (Undulatoren bzw. Wiggler). Um dispersionsfreie Einbaustrecken zu erhalten, müssen spezielle Optiksektionen vorgesehen werden. Die Dämpfungsringe in Stanford [Fischer83], der SXRL-Speicherring [Emery87] und der Speicherring PEP [Wiedemann88] sind Beispiele für diese Struktur.

Die ersten stark fokussierenden Synchrotrons mit alternierendem Gradient sind gebaut worden in der sogenannten „combined function“ Ausführung. Die starke Fokussierung wird dadurch erzielt, daß die Ablenkmagnete abwechselnd einen starken positiven und negativen Feldgradienten haben. Typische Beispiele für eine solche Maschine sind das Bonner 2.5 GeV Elektronen-Synchrotron und das PS Protonen-Synchrotron im CERN. Im Falle eines „combined function“-Synchrotrons ergibt sich für D, dem Verhältnis der Synchrotron-Strahlungsintegrale  $I_4/I_2$  folgendes Resultat:

$$D = 2 - \alpha \frac{2\pi R}{2\pi \rho},$$

mit  $2\pi R$  dem Umfang des Synchrotrons und  $\rho$  dem Ablenkradius der Dipolmagneten. Der Momentum Compaction Factor  $\alpha$  ist üblicherweise sehr klein und folglich  $D \sim 2$ . Die Dämpfungszahlen ergeben dann  $J_x \sim -1$ ,  $J_z = 1$  und  $J_\epsilon \sim 4$ . Dies bedeutet, daß die Betatronbewegung in der horizontalen Ebene entdämpft ist. Elektronensynchrotrons kann man als „combined function“-Maschinen bauen, solange das Anwachsen der horizontalen Strahlgröße akzeptabel bleibt. Anzumerken ist, daß man die Dämpfungsverteilung in den drei Ebenen durch Wiggler-Magnete mit Gradientenfeldern ändern kann [Robinson58].

### 3.2.1 Die-Chasman-Green-Struktur

Die Chasman-Green- bzw. DBA-Struktur ist eine kompakte Ausführungsform eines Speicherringes für niedrige Emittanz. Im einfachsten Fall besteht die Einheitszelle aus zwei Ablenkmagneten mit einem fokussierenden Quadrupol dazwischen (Abb. 11). Die Stärke des Quadrupoles ist so eingestellt, daß die Dispersion die im ersten Dipol erzeugt wird im zweiten Dipol wieder zu Null gebracht wird.

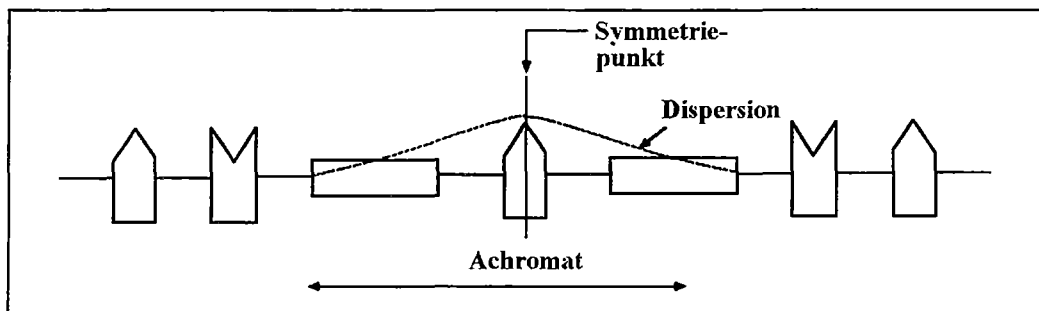


Abb. 11: Schematische Darstellung einer Einheitszelle der Chasman-Green-Struktur

In dieser Form ist die Struktur recht unflexibel, da der Quadrupol in einer Ebene fokussiert. Deshalb werden die Ablenkmagnete weit auseinandergezogen, um weiteren Quadrupolen Raum zu schaffen, die in beiden Ebenen fokussieren und so mehr Flexibilität ergeben. Bei der ESRF befinden sich vier Quadrupole und bei ELETTRA befinden sich drei Quadrupole zwischen den Ablenkmagneten. Eine solche Struktur wird erweiterte Chasman-Green-Struktur genannt.

Die optischen Funktionen der ESRF sind in Abb. 12 und diejenigen von ELETTRA sind in Abb. 13 dargestellt.

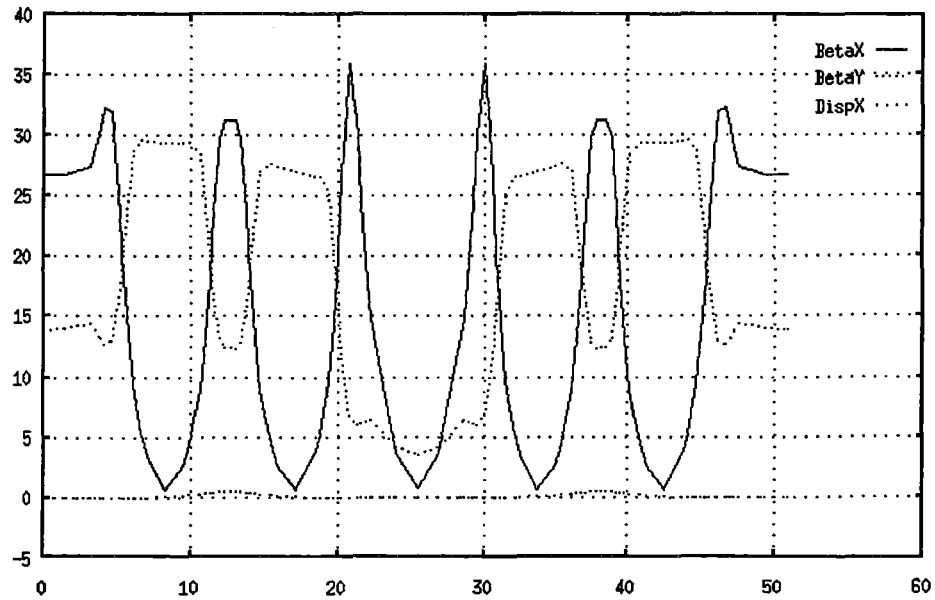


Abb. 12: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $d_x$ ) der European Synchrotron Radiation Facility, ESRF

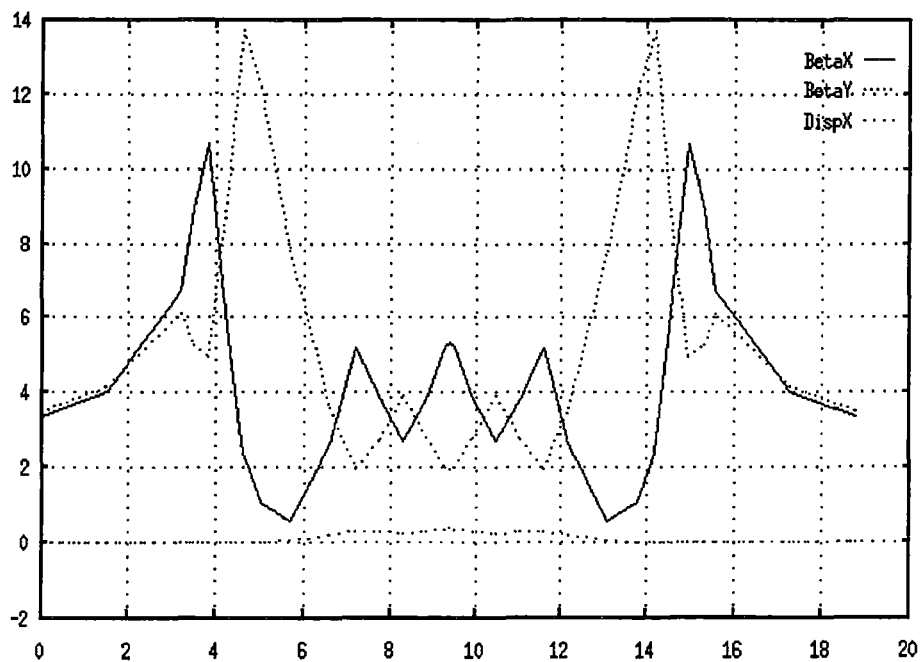


Abb. 13: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $d_x$ ) von ELETTRA, Synchrotron Trieste



Da am Eingang des Ablenkmagneten die Dispersion und ihre Ableitung gleich null sind, ergibt das  $\int H(s) ds$  der Chasman-Green-Struktur:

$$\int_0^L H(s) ds = \frac{L^3}{\rho^2} \left[ \frac{\beta_0}{3} - \frac{L}{4} \alpha_0 + \frac{L^2}{20} \gamma_0 \right],$$

wobei  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$  die Twissparameter am Eingang des Ablenkmagneten sind und  $L$  dessen Länge ist.

Die Emittanz bzw. das  $\int H ds$  wird minimalisiert durch eine präzise Adjustierung der optischen Parameter am Eingang des Ablenkmagneten. Ein Minimum ist erreicht, wenn das Minimum der horizontalen Betatronamplitude bei einem Abstand  $s = 3/8 L$  vom Eingang des Magneten liegt. Für die Startwerte der Twissparameter am Eingang des Magneten erhält man

$$\beta_0 = 2L\sqrt{3/5}, \alpha_0 = \sqrt{15}.$$

Dies ergibt eine minimale Emittanz für die Chasman-Green-Struktur [Sommer83]:

$$\epsilon_{DBA} = \frac{1}{4\sqrt{15}} C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \phi^3.$$

Es ist sehr schwierig eine solche minimale Emittanz zu erreichen, da die sehr niedrigen Betatronamplituden innerhalb des Ablenkmagneten sehr hohe Betawerte in der fokussierenden Strecke erzeugen. Dies führt zu sehr großen Chromatizitäten. Die meisten vorgeschlagenen bzw. realisierten Magnetstrukturen begnügen sich mit einer Emittanz, die einen Faktor 2 bis 3 größer ist als der minimale Wert.

Die erweiterte Chasman-Green-Struktur bietet im dispersiven Teil große horizontale Betatronamplituden, dort wo die vertikalen klein sind und umgekehrt. Sextupole an diesen Stellen erlauben eine gezielte horizontale bzw. vertikale Chromatizitätskorrektur. Ein gravierender Nachteil der Chasman-Green-Struktur ist darin begründet, daß der Phasenvorschub zwischen den Ablenkmagneten festliegt und etwa  $180^\circ$  beträgt. Dies führt zu Einschränkungen des horizontalen Arbeitspunktes.

### 3.2.2 Die Triplet-Achromat-Struktur

Die Triplet-Achromat-Struktur (TAL) ermöglicht den Bau von Speicherringen mit kleinem Umfang, da in den freien geraden Stücken keine Quadrupole vorhanden sind. Die Einheitszelle dieser Struktur ist in Abb. 14 schematisch dargestellt.

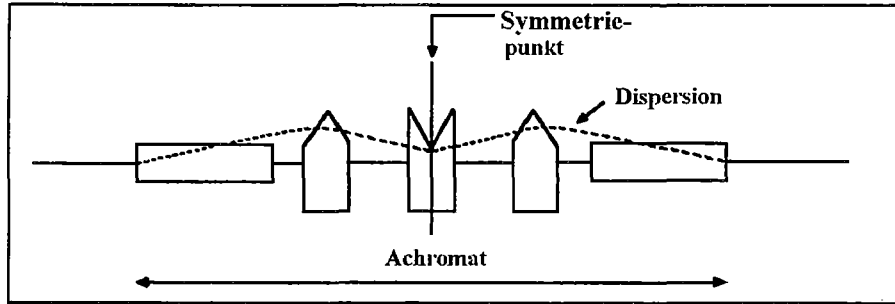


Abb. 14: Schematische Darstellung einer Einheitszelle der Triplet-Achromat-Struktur

Der Wert der Optikfunktionen ( $\beta_0, \alpha_0$ ) am Eingang des Achromaten kann direkt aus den Werten  $\beta^*$  und  $\alpha^* = 0$  in der Mitte der geraden Strecke bestimmt werden. Mit einer Gesamtlänge von  $2L_i$ , der freien Strecke, die zum Einbau der Undulatoren bzw. Wiggler dient, ergeben sich die Werte:

$$\beta_0 = \beta^* + L_i^2 / \beta^*, \alpha_0 = L_i / \beta^* \text{ und } \gamma_0 = 1 / \beta^*.$$

Das  $\int H ds$  ergibt sich zu

$$\int_0^L H(s) ds = \frac{L^4}{\rho^2} \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{\beta^*}{L} \right) + \left( \frac{L_i}{L} \right)^2 \frac{L}{\beta^*} + \frac{1}{4} \frac{L_i}{L} \frac{L}{\beta^*} + \frac{1}{20} \frac{L}{\beta^*} \right].$$

Die minimale Emittanz der TAL-Struktur kann in folgender Form ausgedrückt werden:

$$\varepsilon_{TAL} = \frac{2}{3} C_q \left( \frac{\beta^*}{L} \right)_{opt} \frac{\gamma^2}{J_x} \phi^3,$$

unter Benutzung des optimalen Wertes für  $\beta^*$

$$\left[ \frac{\beta^*}{L} \right]_{opt}^2 = \frac{3}{4} \left[ \frac{1}{5} + \frac{L_i}{L} + \frac{3}{4} \left( \frac{L_i}{L} \right)^2 \right].$$

Die Emittanz durch Synchrotronlichtkühlung eines Elektronenstrahles in der TAL-Struktur kann um einen Faktor 1.5 bis 2 weiter reduziert werden, falls die Dispersion in der freien ge-

raden Strecke nicht unterdrückt wird. Der Hauptnachteil dieser Struktur ist die Abhängigkeit der Emittanz von der horizontalen Betatronfunktion im geraden Stück.

Abbildung 15 zeigt ein Beispiel für die Triplet-Achromat-Struktur.

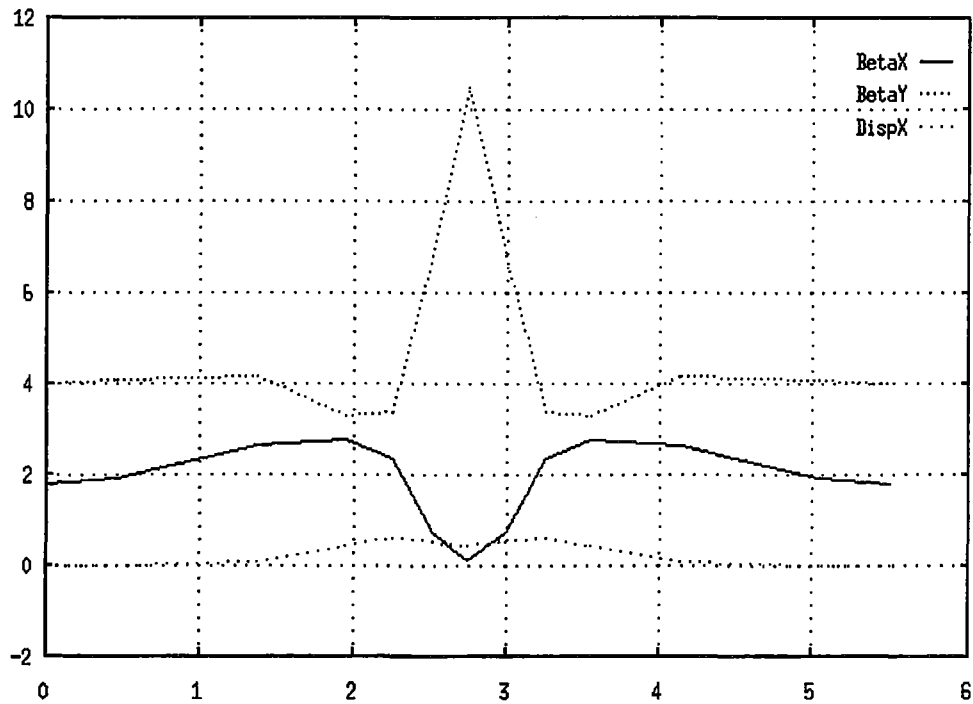


Abb. 15: Lineare magnetooptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_z$ ,  $d_x$ ) von ACO, Orsay

### 3.2.3 Die Triplet-Bend-Achromat-Struktur

Eine Einheitszelle der sogenannten Triplet-Bend-Achromat-Struktur (TBA), bestehend aus den Ablenkmagneten mit je einem horizontal fokussierenden Quadrupol zwischen diesen, ist in Abb. 16 dargestellt. Das Hinzufügen des mittleren Magneten in diesen Achromaten ergibt eine erhöhte Flexibilität in der Adjustierung des Phasenvorschubs.

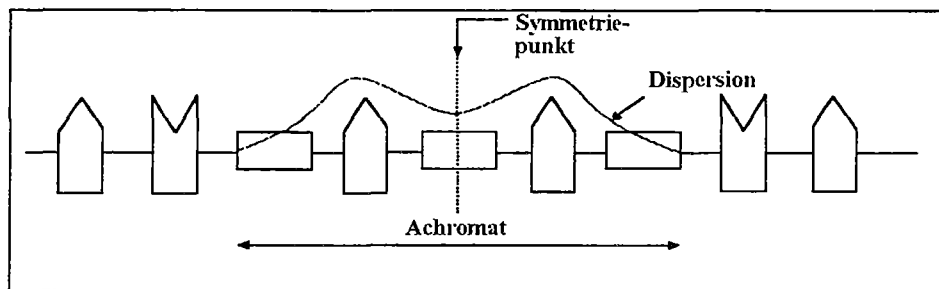


Abb. 16: Schematische Darstellung einer Einheitszelle der Triplet-Bend-Achromat-Struktur

Der Phasenvorschub kann durch Positionierung der inneren Quadrupole und durch verschiedene Längen der äußeren Magnete zwischen  $180^\circ$  und  $540^\circ$  variiert werden [Jackson86]. Abbildung 17 zeigt die Optikfunktionen für kleine Emittanzen von BESSY, eine nicht achromatische Struktur, bestehend aus drei Ablenkmagneten.

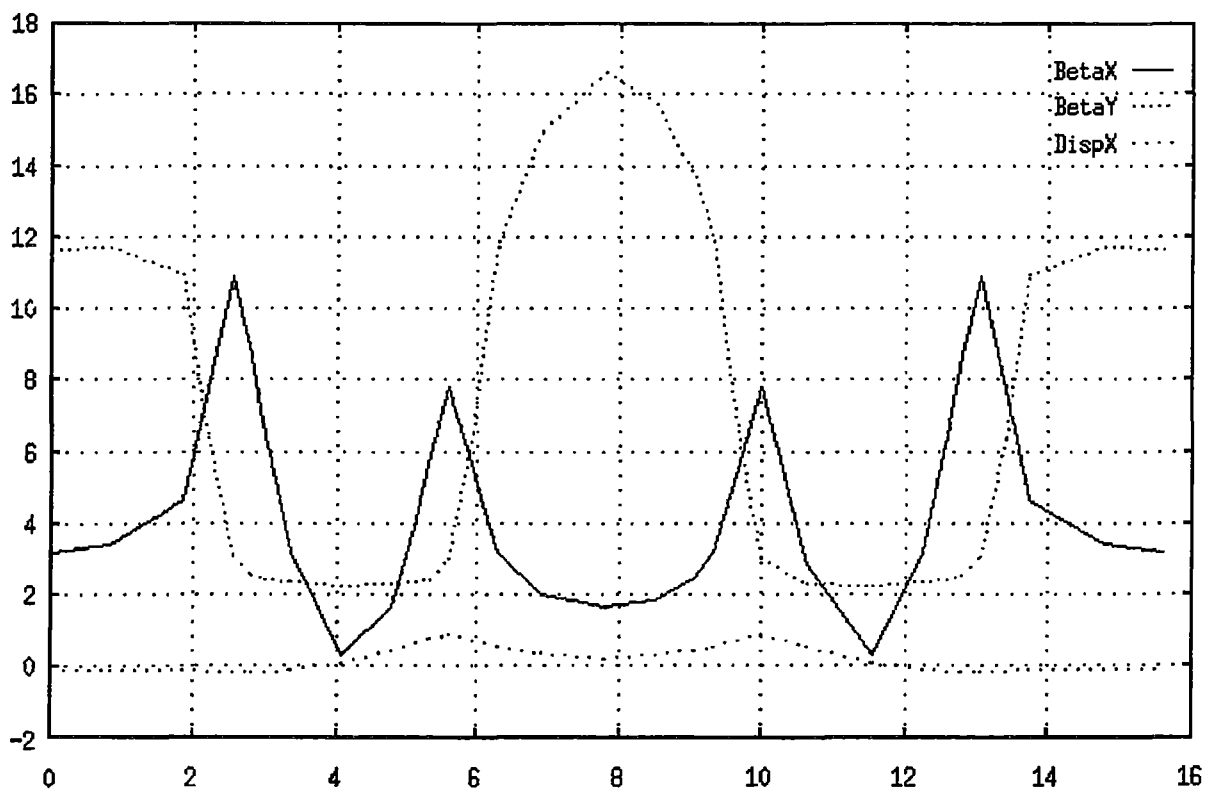


Abb. 17: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $d_x$ ) des Berliner Elektronenspeicherringes BESSY I

Die Emittanz der TBA-Struktur setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der eine Teil, der aus den beiden äußeren Magneten resultiert, ist gleich der minimalen Emittanz der DBA-Struktur. Der zweite Teil stammt aus dem inneren Magneten, bei dem an den Eingängen die Dispersion

endlich ist. Die Emittanz der TBA-Struktur erhält man durch die Summierung der Werte  $I = \int_0^L H(s) ds$  über die beiden Magnettypen:

$$\varepsilon_{TBA} = C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \frac{\frac{I_i}{\rho_i^3} + \frac{2I_0}{\rho_0^3}}{\frac{\phi_i}{\rho_i} + \frac{2\phi_0}{\rho_0}},$$

wobei der Index  $i$  auf den inneren Magneten und  $o$  auf die äußeren Magnete hinweist. Unter der Annahme gleicher Ablenkwinkel in den drei Magneten ergibt sich die minimale Emittanz der TBA-Struktur zu [Teng85]

$$\varepsilon_{TBA} = \frac{7}{36\sqrt{15}} C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \phi^3.$$

In der Mitte des inneren Magneten lauten die Optikfunktionen

$$\begin{aligned} \beta_i &= L / \sqrt{15} & d_i &= L^2 / 6\rho \\ \alpha_i &= 0 & d'_i &= 0 \end{aligned}$$

und in den äußeren Magneten haben sie die gleichen Werte wie im DBA-Falle. Durch unterschiedliche Ablenkwinkel der inneren und äußeren Magnete (z.B. innerer Ablenkwinkel um 50% größer) kann die Gleichgewichtsemittanz weiter verringert werden. Weitere Rechnungen haben gezeigt, daß die Emittanz eine Funktion des Betatronphasenvorschubs über den Achromaten ist. Sie besitzt einen sehr flachen Verlauf zwischen  $300^\circ$  und  $450^\circ$  mit einem minimalen Wert, der um rund 30% höher liegt als die minimale Emittanz [Wüsthfeld87].

Zur Kontrolle der vertikalen Betafunktion in den Ablenkmagneten können zum einen zusätzliche Quadrupole eingebaut werden, zum anderen in die Ablenkmagnete Gradienten eingeführt werden [Vignola86].

Die Einführung des Gradienten in den Ablenkmagneten ändert die Dämpfungsverteilung so, daß damit die Emittanz weiter reduziert werden kann. Die Advanced Light Source in Berkeley ist ein Beispiel für eine solche Magnetstruktur (Abb. 18).

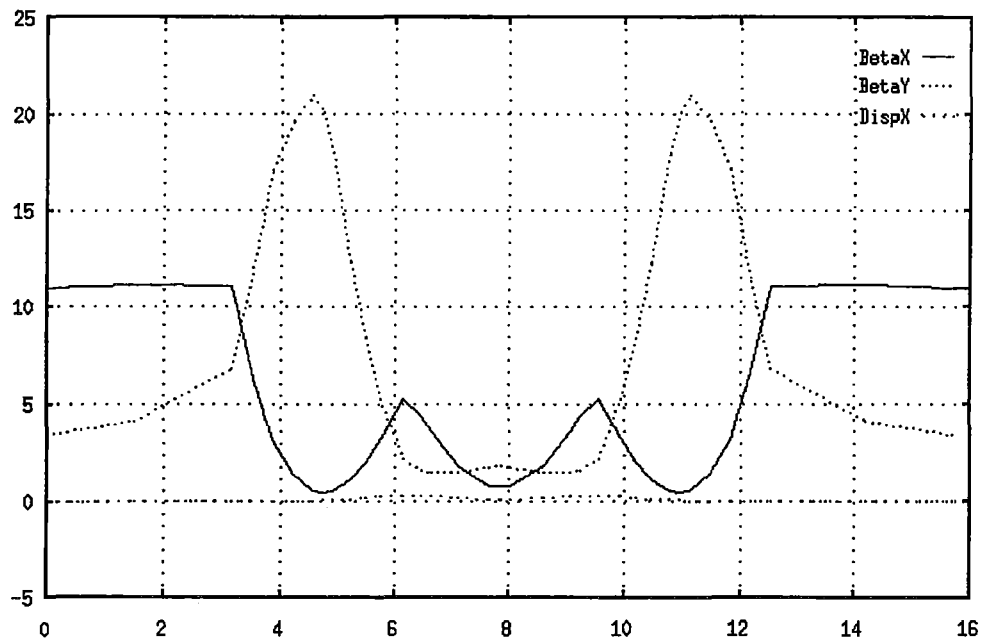


Abb. 18: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$   $\beta_z$   $d_x$ ) der Advanced Light Source, Berkeley

In Abb. 19 sind die Optikfunktionen der Lichtquelle BESSY II dargestellt, die als TBA-Struktur ohne zusätzliche Gradienten in den Ablenkmagneten vorgeschlagen ist.

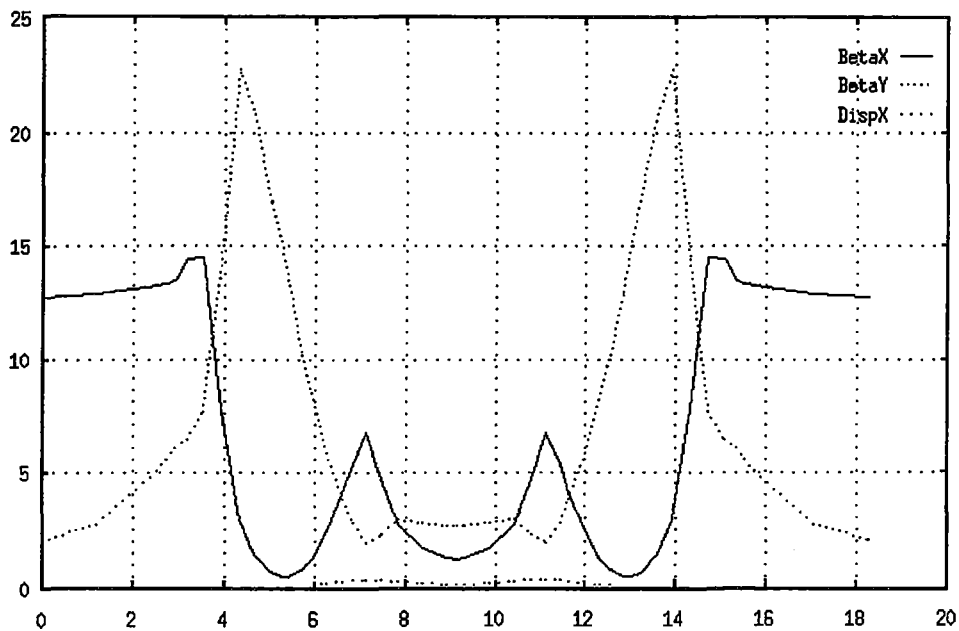


Abb. 19: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$   $\beta_z$   $d_x$ ) des Berliner Elektronenspeicherringes BESSY II

Der Vorteil der TBA-Struktur ist ihre große Flexibilität, da der Phasenvorschub über den Achromaten zwischen  $\pi$  und  $3\pi$  variiert werden kann. Ein Nachteil der TBA-Struktur ist die Reduktion der Dispersionsfunktion über die gesamte Struktur, um eine kleine Emittanz zu erhalten. Dies hat zur Folge, daß die benötigten Sextupolstärken zur Korrektur der Chromatizitäten um das zwei- bis dreifache stärker sind als im DBA-Falle. Aus diesem Grunde ist die TBA-Struktur für kleinere Ringe, bei denen der Ablenkwinkel pro Magnet größer ist, was mit einer größeren Dispersion einhergeht, besser geeignet.

Zur Zeit befindet sich BESSY II in Berlin-Adlershof im Bau und soll ab 1998 als Lichtquelle zur Nutzung zur Verfügung stehen. Der Speicherring wird aus 16 erweiterten Double-Bend-Achromat-Magnetstrukturen (DBA) aufgebaut. Auf 240 m Umfang sollen dann 16 gerade Strecken zum Einbau von Wiggeln bzw. Undulatoren zur Verfügung stehen. Während der Vorbereitungszeit für das BESSY II-Projekt stellte sich heraus, daß eine DBA-Struktur einer TBA-Lösung in bezug auf die Kleinheit des Achromaten und der Anzahl der Ablenkmagneten zu überlegen ist [Jaeschke93].

### 3.2.4 FODO-Struktur

Die FODO-Struktur ist die Standardanordnung der magnetischen Elemente in den Bögen von Speicherringen für Hochenergiephysikanwendungen. Die FODO-Struktur kann auch zur Auslegung und Konstruktion von Speicherringen mit kleiner Emittanz benutzt werden [Fischer83] und [Emery87].

Der FODO-Achromat ist zusammengesetzt aus der regulären FODO-Struktur an dem sich ein Dispersionsunterdrücker anschließt, wie in Abb. 20 gezeigt.

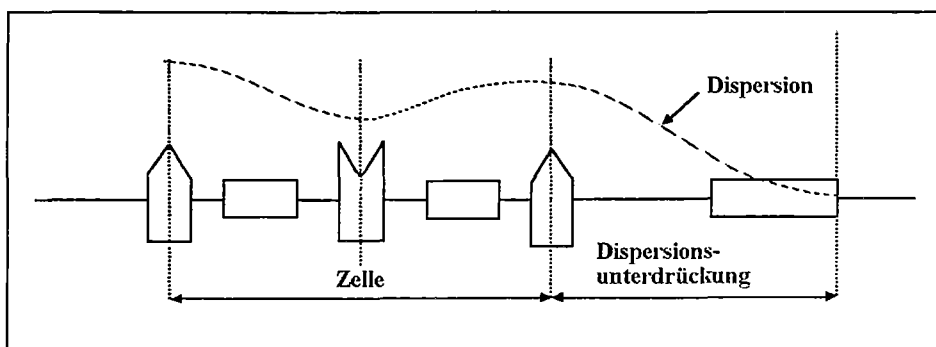


Abb. 20: Schematische Darstellung einer Halbzelle der FODO-Struktur

Die Emittanz setzt sich aus den Beiträgen der Ablenkmagnete in der regulären FODO-Struktur und denen vom dispersionsunterdrückenden Ablenkmagneten zusammen. Die Emittanz kann ausgedrückt werden durch [Wrulich86]:

$$\varepsilon_x = C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \frac{\frac{n_c I_c}{\rho_c^3} + \frac{2 I_0}{\rho_0^3}}{\frac{n_c \phi_c}{\rho_c} + \frac{2 \phi_0}{\rho_0}}$$

wobei  $n_c$  die Anzahl der FODO-Halbzellen pro Achromat ist,  $I = \int_0^L H(s) ds$ ,  $\phi = L / \rho$ , der Ab-

lenkwinkel. Der Index  $c$  weist auf die regulären FODO-Zellen und 0 auf den Dispersionsunterdrückungsmagneten hin. Die Emittanz der FODO-Struktur ist dominiert aus den Beiträgen, die aus den regulären FODO-Zellen kommen und lässt sich ausdrücken [Wiedemann80]:

$$\varepsilon_{FODO} = 4 C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \phi^3 \left[ \frac{L_c}{L_B} \right] F(\mu_c)$$

mit

$$F(\mu_c) = \left[ 1 - \frac{3}{4} \sin^2 \mu_c + \frac{1}{60} \sin^4 \mu_c \right] / \left[ \sin^2 \mu_c \sin \mu_c \right].$$

Der Betatronphasenvorschub  $F(\mu_c)$  hat ein Minimum bei  $\mu_c = 3/4 \pi$  mit dem Wert  $F(3/4 \pi) = 0.62$ . Das Minimum ist relativ flach und liegt zwischen  $100^\circ \leq \mu_c \leq 160^\circ$ . Abb. 21 zeigt das Emittanzverhalten als Funktion der Betatronphase pro Halbzelle.

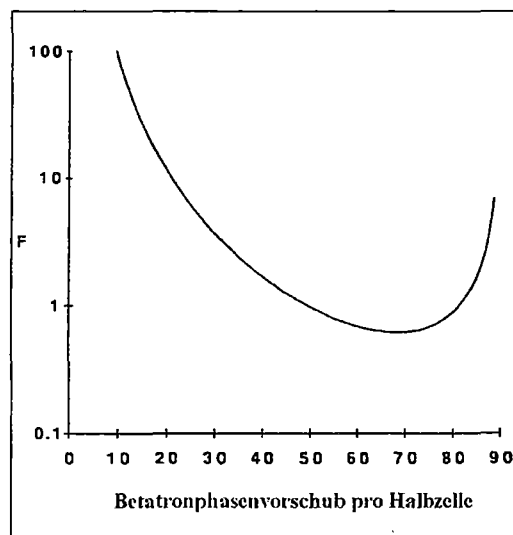


Abb. 21: Die Funktion  $F(\mu)$ , das Emittanzverhalten als Funktion der Betatronphase pro Halbzelle einer FODO-Struktur. Auffällig ist die starke Abhängigkeit des Minimums von dem Phasen-vorschub



In Abb. 22 sind die Optikfunktionen einer Synchrotronstrahlungsquelle, die auf einer FODO-Struktur basiert [Wiedemann87], dargestellt.

Der wesentliche Vorteil der FODO-Struktur ist ihre sehr große Flexibilität. Durch die Reduzierung der mittleren Betatronamplitude können die Anforderungen an den mittleren Druck im Vakuumsystem verringert werden. Der Nachteil der Struktur, um eine kleine Emittanz zu erhalten, ist die kleine Dispersion. Ein weiterer ist die sehr große Anzahl von magnetischen Elementen.

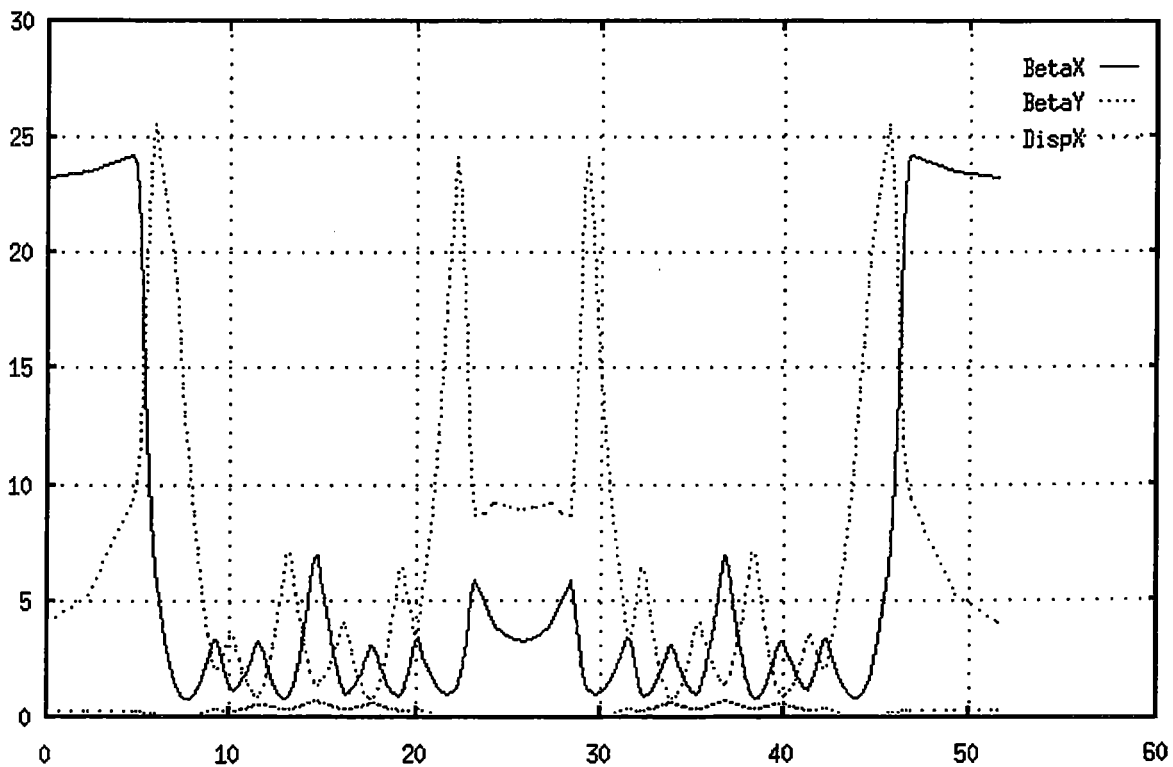


Abb. 22: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $d_x$ ) einer FODO-Struktur

### 3.3 Vergleich der Strukturen

Alle Magnetstrukturen haben gemeinsam die charakteristische Skalierung der Emittanz mit

$$\gamma^2 \phi^3,$$

wobei  $\gamma$  die auf  $mc^2$  normierte Strahlenergie und  $\phi$  der Ablenkwinkel der Dipolmagnete ist. In Tabelle 1 sind die Faktoren  $k$ ,  $F(\mu)$  der minimalen Emittanz

$$\varepsilon_{\min} = k C_q \frac{\gamma^2}{J_x} \left( \frac{2\pi}{np} \right)^3 F(\mu)$$

zusammengefaßt, wobei  $n$  die Anzahl der Ablenkmagnete pro Einheitszelle und  $p$  die Anzahl der Einheitszellen ist.

Magnetstruktur	$n$	$k$	$F(\mu)$
<b>TAL</b>	2	$\frac{3}{2} \left( \frac{\beta^*}{L} \right)_{opt}$	1
<b>DBA</b>	2	$\frac{1}{4\sqrt{15}}$	1
<b>TBA</b>	3	$\frac{7}{36\sqrt{15}}$	1.34
<b>FODO</b>	2,4,6	4	0.62

Tabelle 1: Die Konstante einer Magnetanordnung  $k$ , die Anzahl der Ablenkmagnete pro Zelle  $n$  und die Abhängigkeit von der Betatronphase der minimalen Emittanz für isomagnetische Strukturen  $F(\mu)$

Nach der grundsätzlichen Festlegung auf eine Magnetstruktur, aufgrund der spezifischen Vor- und Nachteile, kann die Emittanz, über die Anzahl der Einheitszellen bzw. der Anzahl der Ablenkmagnete pro Einheitszelle im FODO-Falle, weiter gesenkt werden. Weitere Auslegungsüberlegungen implizieren in den meisten Fällen, daß die Strahlemittanz größer ist als der minimale Wert.

### 3.4 Neue Ideen zur Erzeugung äußerst niedriger Emittanz

Die bisher betrachteten Magnetstrukturen erzeugen die niedrige Gleichgewichtsemittanz durch Minimalisierung der Dispersionsfunktion und der horizontalen Betatronfunktion in den Ablenkmagneten. Dies führt zu sehr hohen Gradienten. Starke Quadrupole an Positionen mit großen Betatronfunktionen produzieren eine große Chromatizität. Einen wesentlichen Beitrag zur Chromatizität erhält man von den Quadrupoltripletts in den dispersionsfreien Sektionen, in denen man die Chromatizität mit Sextupolen nicht korrigieren kann.

Diese Grenzen können mit einer Auslegungsstrategie überwunden werden, die die chromatischen Fehler an dem Ort korrigiert, an dem sie entstehen [Klotz und Mülhaupt88]. Dies ist möglich wegen der nicht verschwindenden Dispersion und durch Integration der Quadrupol- und Sextupolfelder in die ablenkenden Elemente.

Abb. 23 zeigt die optischen Funktionen einer Einheitszelle der Magnetstruktur "Combined Function Lattice". Mit 262 Zellen erreicht diese Magnetstruktur, bei der in den Dipolen starke Quadrupolfelder ( $k \simeq 2 \text{ m}^{-2}$ ) und Sextupole ( $m \simeq 45 \text{ m}^{-3}$ ) überlagert sind, eine Emittanz von  $7 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{rad}$  bei einer Strahlenergie von 6 GeV. Magnetanordnungen dieser Art scheinen zum Bau von brillanten Speicherringen bzw. Dämpfungsringen geeignet zu sein, insbesondere da die Impulsakzeptanz einer solchen Struktur um eine Größenordnung größer ist.

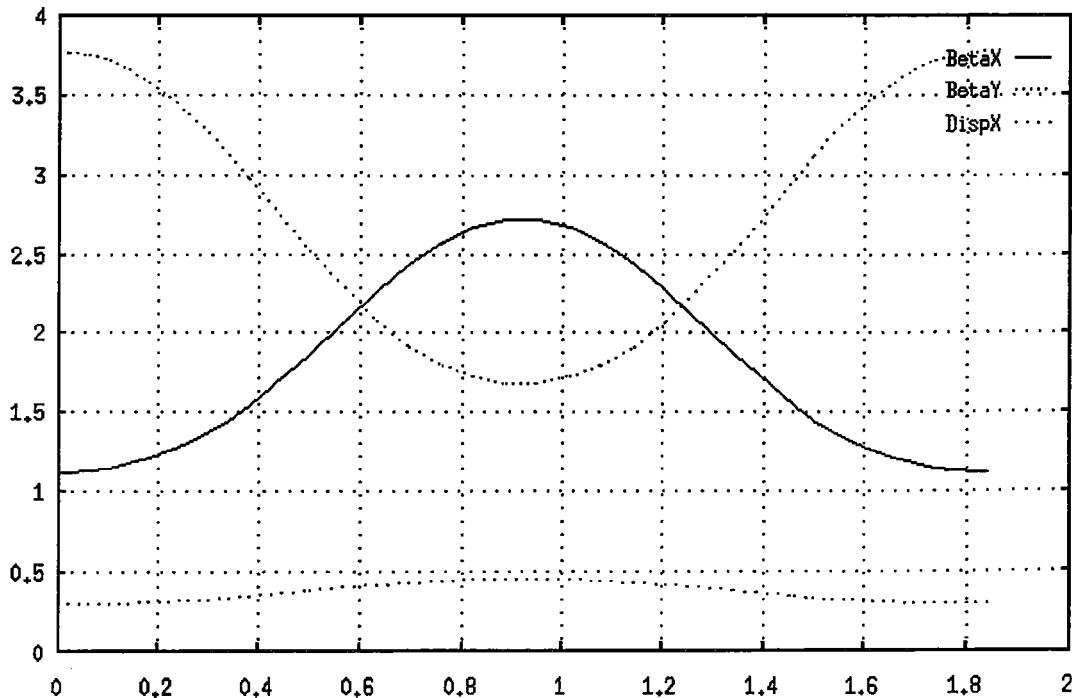


Abb. 23: Lineare magnetoptische Funktionen ( $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $d_x$ ) einer Einheitszelle der Magnetstruktur "Combined Function Lattice"

### 3.5 Gemeinsame Probleme von Optiken mit kleiner Emittanz

Die Auslegung auf kleine Emittanz erlaubt einen kostengünstigen Aufbau von Magneten mit kleinen geometrischen Aperturen. Die Hauptprobleme, die dabei auftreten, sind die Chromatizitätskorrektur, die Empfindlichkeit von Feld und Aufstellungsfehlern, die Stabilität der Strahlage und die Strahlinstabilitäten.

#### 3.5.1 Chromatizitätskorrektur und dynamische Apertur

Die Fokussierstruktur in einem Speicherring ist optimiert für eine Energie. Die Variation des Arbeitspunktes mit der Energie muß mit Hilfe von Sextupolen korrigiert werden, um die sogenannte Head-Tail Instabilität zu vermeiden. Die Bewegungsgleichung der Elektronen in einem Speicherring in normierten Koordinaten [Courant und Snyder58]

$$u = x / \sqrt{\beta_x} \text{ und } d\phi = ds / Q\beta_x$$

ist gegeben durch [Wiedemann76]:

$$\frac{d^2 u}{d\phi^2} + Q^2 u = -\frac{1}{\rho} (\delta - \delta^2) Q^2 \beta_x^{3/2} - k (\delta - \delta^2) Q^2 \beta_x^2 u + \frac{1}{2} m (1 - \delta - \delta^2) Q^2 \beta_x^{5/2} u^2$$

mit  $k$  der normierten Quadrupolstärke,  $m$  der normierten Sextupolstärke und  $Q$  dem Arbeitspunkt der Magnetstruktur. Mit dem Lösungsansatz

$$u = u_\beta + \tilde{d} \delta \\ \tilde{d} = d / \sqrt{\beta_x}$$

der normierten Dispersionsfunktion ergibt sich die Betatronbewegung  $u_\beta$ :

$$\frac{d^2}{d\phi^2} u_\beta + Q^2 u_\beta = Q^2 \beta_x^2 (k - m\tilde{d}) u_\beta \delta + \frac{1}{2} Q^2 m \beta_x^{5/2} u_\beta^2.$$

Bewegung der Elektronen, beschrieben durch einen harmonischen Oszillator, wird zum einen durch einen chromatischen Term

$$Q^2 \beta_x^2 (k - m\tilde{d}) u_\beta \delta \text{ mit } \delta = \delta p / p_0$$

und zum anderen durch einen geometrischen Term

$$1/2 Q^2 m \beta_x^{5/2} u_\beta^2$$

gestört.

Der chromatische Term kann durch Einfügung von Sextupolfeldern an Stellen endlicher Dispersion  $\tilde{d}$  zum Verschwinden gebracht werden.

Die geometrische Aberration hingegen, wird durch das Einführen der Sextupole hervorgerufen. Das Maximum der stabilen Betatronamplituden, auch dynamische Apertur genannt, wird durch diesen Term limitiert. Die dynamische Apertur kann für die unterschiedlichen Magnetstrukturen kleiner sein als die physikalische Apertur, die durch die Vakuumkammer gegeben ist. Eine ausreichende transversale dynamische Apertur ist notwendig, damit erstens die Verluste bei dem Injektionsprozeß durch die großen Betatronamplituden möglichst klein gehalten werden und zweitens die am Restgas elastisch gestreuten Elektronen nicht verloren gehen. Eine große chromatische dynamische Apertur ist notwendig, damit Elektronen, die eine Energieabweichung durch die Touschekstreuung oder durch inelastische Streuung am Restgas erfahren, innerhalb des Stromes verbleiben.

Um eine möglichst große dynamische Apertur zu erhalten, werden die Anzahl und die Positionen der Sextupole so gewählt, daß die geometrischen und chromatischen Aberrationen minimiert werden. Es werden zusätzliche Sextupole in den dispersionsfreien Strecken untergebracht, um die Arbeitspunktverschiebung mit der Amplitude zu kontrollieren, und somit die dynamische Apertur zu vergrößern.

Die Bewegungsgleichungen für die horizontale und vertikale Bewegung einschließlich Koppelungseffekten können mit Computerprogrammen [Farvaque und Ropert88], [Staples87], [Iselin87] und [Wrulich84] gelöst werden. Die magnetoptischen Eigenschaften eines Elektronenstrahles mit kleiner Emittanz können mit diesen Programmen hinreichend genau beschrieben werden, wie der Vergleich mit den gemessenen Daten am Speicherring BESSY zeigt [Mülhaupt85a].

Zur Optimierung der linearen Magnetstruktur für BESSY II wurde eine analytische Methode entwickelt [Wüstfeld88] und [Simon88], um die einzelnen Teilstücke (Dublett, Triplet, Achromat) der Magnetanordnung zu untersuchen. Aus den gewünschten Eigenschaften der Teilstücke (Anfangs- und Endwerte der Twissparameter, Dispersion, Emittanz) kann mit dieser Rechenvorschrift die Positionen und Stärken der magnetischen Elemente berechnet werden.

### 3.5.1.1 Restgasstreuung

Elektronen, die in einem Speicherring umlaufen, werden an den Restgasatomkernen gestreut. Diese elastische Streuung führt zur Anregung von Betatronschwingungen und, falls der Ablenkwinkel so große Werte annimmt, daß die Emittanz der gestreuten Elektronen größer als die transversale Akzeptanz ist, gehen die Elektronen verloren. Die von diesem Prozeß abhängige Strahllebensdauer ist gegeben durch [LeDuff85]

$$1/\tau_{el} = \frac{4\pi r_e^2 Z^2}{2\gamma^2} \cdot \frac{Pc}{kT} \left( \frac{\langle \beta_x \rangle}{a_x} + \frac{\langle \beta_z \rangle}{a_z} \right).$$

Dabei bezeichnen  $r_e$  den klassischen Elektronenradius,  $Z$  die Kernladung des streuenden Atomkerns,  $P$  den mittleren Gasdruck im Speicherring,  $T$  die absolute Temperatur des Gases,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $k$  die Boltzmannkonstante,  $\gamma$  die normierte Energie der Elektronen,  $\langle \beta_x \rangle$  und  $\langle \beta_z \rangle$  die gemittelten horizontalen und vertikalen Betafunktionen sowie  $a_x$  und  $a_z$  die Akzeptanzen der horizontalen und vertikalen Strahlebenen. Die Lebensdauer aufgrund der Coulomb-Streuung ist für große Akzeptanzen und niedrige Vakuumdrücke erhöht. Ist die Betatronfunktion am Ort der Streuung zu groß, trägt dies zur Verkürzung der Lebensdauer bei.

Die Speicherringe mit kleiner Emittanz, bei denen die Akzeptanz sowohl durch die transversale dynamische Apertur als auch durch die Aperturen der Wiggler bzw. Undulatorkammern eingeschränkt ist, benötigen Vakuumsysteme, die extrem niedrige Drücke ( $P < 10^{-9}$  mbar) erlauben [Kuske85].

### 3.5.1.2 Bremsstrahlung an Kernen

Elektronen, die inelastisch an Atomkernen gestreut werden, erzeugen Bremsstrahlung. Der Ausdruck für die Strahllebensdauer aufgrund dieser inelastischen Streuung an den Atomkernen lautet [LeDuff87]

$$1/\tau_{Br} = \frac{4r_e^2 Z^2}{137} \frac{4}{3} \frac{Pc}{KT} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \left( \ln \frac{1}{(\Delta p/p)_{\max}} - \frac{5}{8} \right),$$

wobei  $\Delta p/p$  die maximale relative Impulsabweichung ist, die der Speicherring noch akzeptiert. Die Limitierung durch die Impulsapertur kann von der Hochfrequenzapertur, der physikalischen oder der chromatischen dynamischen Apertur herrühren. Die Verlustrate durch Bremsstrahlung hängt hauptsächlich vom Druck im Speicherring ab. Sie hängt nur sehr schwach von der Impulsakzeptanz ab und ist praktisch unabhängig von der Elektronenenergie. Die elasti-

sche Streuung an Atomkernen bestimmt die Lebensdauer bei niedriger Energie, während die Bremsstrahlung bei höheren Energien die Überhand gewinnt.

Bei der Angabe des Gesamtdruckes  $P$  wird folgende Näherung benutzt:

$$\sum Z_i^2 P_i = P Z_{\text{eff}}^2,$$

wobei  $Z$  die Kernladungszahl der einzelnen Gassorten,  $P_i$  deren Partialdrücke und  $Z_{\text{eff}} = 7$  ist.

### 3.5.1.3 Touschek-Streuung

Die kleinen transversalen Emittanzen und die kurzen Längen der Elektronenpakete führen zu einer hohen Dichte im Strahlvolumen. Damit steigt die Wahrscheinlichkeit einer Streuung der Elektronen untereinander innerhalb der Teilchenpakete. Es werden dabei zwei Effekte unterschieden: die elastische vielfache Kleinwinkelstreuung der Elektronen (intra beam scattering), die zu einer Diffusion sowohl im longitudinalen als auch transversalen Phasenraum führt, sowie die elastische Großwinkelstreuung (Touschek-Streuung), die auf Grund des Lorentz-Faktors zu einer großen longitudinalen Energieänderung der Elektronen führt [LeDuff87].

Die Elektronen bei elastischen Stößen innerhalb der Teilchenpakete gehen verloren, wenn die Energieabweichung größer ist als die longitudinale Akzeptanz des Hochfrequenzsystems oder wenn die Amplitude sowohl der Synchrotron- als auch der Betatronschwingungen die vorhandene Apertur (physikalische oder dynamische) überschreitet. Die Betatronschwingungen treten auf, wenn die Energieabweichung im dispersiven Teil der Magnetstruktur erfolgt. Die Änderung der Amplitude ist gegeben durch:

$$\Delta x(s) = \left( 2d_x \frac{\Delta E}{E} \right) \left( \frac{\beta_x(s)}{\beta_T} \right)^{1/2},$$

wobei der Index  $T$  auf den Ort der elastischen Einzelstreuung hinweist.

Die Untersuchung des Coulomb-Streuquerschnittes, integriert über die Teilchenverteilung innerhalb der Elektronenpakete, ergibt für die Halbwertszeit des Strahles [Bruck66]

$$1/\tau_T = \frac{N r_e^2 c}{8\pi \gamma^2 \sigma_x \sigma_z \sigma_s \left( \frac{\Delta E}{E} \right)_{\text{max}}^3} D(\xi),$$

wobei  $N$  die Anzahl der Elektronen pro Teilchenpaket ist,  $r_e$  der klassische Elektronenradius,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  und  $\sigma_y$  sind die horizontale, vertikale und longitudinale Standardabweichung der Teilchenpaketgröße und  $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\max}$  ist die maximale Energieakzeptanz des Speicherringes.

Die Funktion  $D(\xi)$  ist gegeben durch

$$D(\xi) = \sqrt{\xi} \left[ -\frac{3}{2} e^{-\xi} + \frac{\xi}{2} \int_{\xi}^{\infty} \ln u \frac{e^{-u}}{u} du + \frac{1}{2} (3\xi - \xi \ln \xi + 2) \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \right]$$

mit

$$\xi = \frac{\langle \beta_x \rangle (\Delta E / E)_{\max}^2}{2\gamma^2 \epsilon_x},$$

wobei  $\epsilon_x$  die horizontale Emittanz und  $\langle \beta_x \rangle$  die über den Ring gemittelte horizontale Betatronamplitude ist.

Es ist anzumerken, daß die Funktion  $D(\xi)$  nur schwach von  $\xi$  im interessanten Wertebereich von

$\xi \simeq 0,01 - 0,1$  abhängt und der maximale Wert 0,3 beträgt.

Die Touschek-Streurate hängt stark von der Strahlenergie, der Teilchendichte in den Elektronenpaketen und der Energieakzeptanz des Speicherringes ab. Sowohl die elastische Einzelstreuung (Touschek-Effekt) als auch die elastische Vielfachstreuung der Elektronen innerhalb der Strahlpakete (intra beam scattering) sind für Maschinen mit kleiner Emittanz sehr wichtig bei niedrigen Strahlenergien ( $\leq 1$  GeV), führen jedoch bei höheren Energien ( $\geq 2$  GeV) nicht mehr zur Einschränkung der Lebensdauer. Die Einflüsse der einzelnen Parameter (Elektronenstrom pro Bunch, Kopplung der horizontalen zur vertikalen Emittanz, Länge der Teilchenpakete etc.) können mit dem Programm ZAP [Zisman86] studiert werden.

### 3.5.2 Anfälligkeit gegen Fehler

Gegen alle Arten von Fehlern sind Maschinen mit kleiner Emittanz anfällig. Die Fehler, die Veränderungen der Sollbahn der Elektronen bedeuten, rühren von Fehlaufstellungen und Feldfehlern der magnetischen Elemente her, die sowohl systematischer als zufälliger Natur sein können. Beispielhaft seien genannt: Hysteresis-Effekte, Langzeitdriften, Kurzzeitschwankungen der Netzgeräte, Temperatureffekte bei den Untergestellen, thermische Effekte durch die Synchrotronstrahlung selbst und Veränderung in der Gebäudestruktur. Wegen der starken Fo-



kussierung, führen die Fehlaufstellungen und Abweichungen vom Nominalfeld sowohl der Quadrupole als auch der Sextupole zu unakzeptablen Störungen der linearen Optik, zu drastischen Reduzierungen der dynamischen Apertur und zum Aufblähen der Strahlemittanz.

In horizontaler Richtung sind die Ablenkfehler der Dipole  $\phi$  und Quadrupolaufstellungsfehler  $\delta x_Q$  entscheidend für die Abweichung der Sollbahn von der idealen Lage. Für die Ablage in vertikaler Richtung sind die Quadrupolfehlaufstellungen in der Senkrechten  $\delta z_Q$  und der Kippwinkel der Dipole  $\alpha$  um die Strahlachse zu berücksichtigen. Bei statistisch verteilten Fehlern mit statistischer Phasenkorrelation ergeben sich folgende Ausdrücke für den horizontalen und vertikalen Versatz:

$$x_{rms} = \frac{\sqrt{\beta_x}}{2\sqrt{2} \sin \pi Q_x} \left[ (\phi)^2_{rms} \sum \beta_{xi} + (\delta x_Q)^2_{rms} \sum (k l_Q^2)_i \beta_{xi} \right]^{1/2}$$

$$z_{rms} = \frac{\sqrt{\beta_z}}{2\sqrt{2} \sin \pi Q_z} \left[ (\alpha)^2_{rms} \sum \beta_{zi} + (\delta z_Q)^2_{rms} \sum (k l_Q^2)_i \beta_{zi} \right]^{1/2},$$

mit  $\beta_{x,z}$  der horizontalen, vertikalen Betafunktion,  $Q_{x,z}$  dem Arbeitspunkt,  $k$  der normierten Quadrupolstärke und  $l_Q$  der Länge der Quadrupole.

Veränderungen der Optik werden hervorgerufen durch Quadrupolfehler und durch Ablagen in den Sextupolen. Diese bedingen eine Arbeitspunktverschiebung und Störungen der Betafunktion. Sie sind durch folgende Ausdrücke gegeben [Wrulich85]:

$$\Delta Q_{rms} = \frac{1}{4\pi} \left[ (\delta k / k)^2_{rms} \sum (kl\beta)_i^2 + 4(\delta x_{co})^2_{rms} \sum m\beta_i^2 \right]^{1/2},$$

mit  $\delta k/k$ , dem relativen Fehler der Quadrupolstärke,  $\delta x_{co}$ , der Sollbahnabweichung in den Sextupolen,  $m = \frac{l_s}{2} \cdot \frac{B''}{B\rho}$ , der integrierten Sextupolstärke und

$$\left( \frac{\Delta\beta}{\beta} \right)_{rms} = (\Delta Q)_{rms} \frac{\pi\sqrt{2}}{\sin 2\pi Q}.$$

Die Arbeitspunktverschiebungen und die Störung der Betafunktion durch die Quadrupolfehler und die horizontalen Ablagen in den Sextupolmagneten sind durch Messungen mit gespeichertem Strahl zugänglich [Kuske88].

Die horizontale und vertikale Emittanz können durch mehrere Effekte geändert werden. In der horizontalen Ebene wird die Emittanz hauptsächlich durch Ablagen in den Quadrupolen, Feldfehlern in den Quadrupolen und Ablagen in dem dispersiven Teil der Magnetstruktur vergrößert.

Die Vergrößerung der vertikalen Emittanz erfolgt einerseits durch die Kopplung der horizontalen und vertikalen Betatronschwingungen durch gedrehte Quadrupole und vertikale Ablagen von der Sollbahn in den Sextupolmagneten [Bassetti87] und andererseits durch Erzeugung einer vertikalen Dispersionsfunktion durch gedrehte Dipolmagnete, Kopplung der horizontalen Dispersionsfunktion in die vertikale Strahlebene durch gedrehte Quadrupole und vertikale Ablagen in den Sextupolen [Piwinski83].

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Aufstellungsfehler der Quadrupole und Sextupole unter 0,1 mm zu drücken, die Kippwinkel der Ablenkmagnete und die Torsionswinkel der Quadrupolmagnete  $< 0,5$  mrad zu halten sind. Ein perfektes System zur Messung und Korrektur der Abweichungen von der Sollbahn sollte in der Lage sein, die mittleren quadratischen Abweichungen in horizontaler und vertikaler Richtung auf  $< 2 \mu\text{m}$  zu drücken. Durch Beobachtung der Lage und des Winkels des emittierten Synchrotronlichtes ist man in der Lage, über ein aktives Regelsystem Einfluß auf die Abweichungen von der Sollbahn, die durch thermische Effekte, mechanische Schwingungen oder Netzgeräteschwankungen hervorgerufen werden, auszuüben [Mülhaupt88].

### **3.5.3 Einfluß der Wiggler und Undulatorfelder**

Wiggler und Undulatoren haben ein zur Elektronenstrahlachse symmetrisches, transversales (in der Regel vertikales) Magnetfeld, das mit einer Periode von einigen cm seine Richtung umkehrt.

Unter dem Einfluß des Magnetfeldes wird die Sollbahn periodisch verformt. Die damit verbundenen transversalen Beschleunigungen führen zur Emission der Synchrotronstrahlung. Die Charakteristika der Strahlung sind durch die Parameter der Undulatoren und des Elektronenstrahles bestimmt. Die Magnetfelder in den Wigglern bzw. Undulatoren sollten so abgeglichen sein, daß nur lokale Änderungen der Elektronenbahn erfolgen. Es gibt jedoch Auswirkungen auf den Elektronenstrahl, die durch zusätzliche Multipolfelder höherer Ordnung bedingt sind. Die Rückwirkungen werden hauptsächlich durch Quadrupolfelder, die störend auf die transversale Elektronenbewegung einwirken, hervorgerufen. Die Effekte führen zur Zerstörung der Periodizität des Speicherringes, zu Veränderungen der linearen Optik, zu Ar-

beitspunktverschiebungen, zur Anregung von Resonanzen höherer Ordnung und zur Einschränkung der dynamischen Apertur. Die Emission der Synchrotronstrahlung im Wiggler bzw. Undulator ändert auch die natürliche Emittanz und Energiebreite des Strahles.

Die Störungen der Teilchenbewegung im Speicherring können analytisch beschrieben werden [Smith86]. Dabei wurde eine genäherte Darstellung des Wiggler und Undulatorfeldes verwendet [Halbach81]. Die numerische Integration der daraus folgenden Bewegungsgleichungen ist im Programm RACETRACK implementiert. Mit den Parametern der Undulatoren und Wiggler (Länge, Biegeradius, Fokussierparameter, Periodenlänge usw.) ist man in der Lage, deren Einfluß auf den Elektronenstrahl zu simulieren und mit gemessenen Werten zu vergleichen [Pflüger88].

Für die lokale Kompensation der Wiggler und Undulatoren sind vier Bedingungen einzustellen, die Korrektur der Arbeitspunktverschiebung und die Unterdrückung der Störung der Betatronamplitude in beiden Ebenen. Mit zwei Quadrupolpaaren auf beiden Seiten der Wiggler läßt sich die Betastörung vollständig unterdrücken. Leider weichen die Arbeitspunkte nach Neuanpassung der Optik selbst mit zwei Tripletpaaren von den ursprünglichen Werten ab.

Der Grad der nichtlinearen Störung der Teilchendynamik hängt deutlich davon ab, wie groß die Betatronamplituden nach der Anpassung an den Stellen der Wiggler und Undulatoren sind. Große Betawerte führen zu einem gesteigerten Einfluß der Multipolfelder höherer Ordnung, was zu einer deutlichen Verminderung der dynamischen Apertur führt. Auch führen die zusätzlichen Multipole zum Aufbrechen der Symmetrie der Magnetoptik. Daraus entstehen zusätzliche Resonanzen, deren Stopbänder Grenzen im Arbeitspunktdiagramm setzen. Die zusätzliche Strahlungsanregung in den Wigglern und Undulatoren führt zu einem Anwachsen der abgestrahlten Energie. Der Energieverlust setzt sich zusammen aus demjenigen der Ablenkmagnete und dem der Wiggler bzw. Undulatoren. Für die vorgeschlagenen Wiggler und Undulatoren von BESSY II wächst der Energieverlust um ungefähr 40% an. Der Gesamtenergieverlust ist gegeben durch

$$U = U_0 \left( 1 + \frac{I_2^W}{I_2} \right),$$

mit  $I_2^W$ , dem Synchrotronstrahlungsintegral des Wigglers bzw. Undulators,  $I_2$  dem der Ablenkmagnete (siehe Abschnitt 2.4). Die Einflüsse auf die Emittanz und die relative Energiebreite können in gleicher Weise untersucht werden [Uythoven88]. Abhängig vom Wert der Dispersion kann ein Wiggler entweder zum Anwachsen oder zur Reduzierung der Emittanz beitragen.

### 3.5.4 Momentum Compaction Factor

Ein inhärenter Nachteil von Optiken mit kleiner Emittanz besteht darin, daß der Momentum Compaction Factor  $\alpha$  sehr klein wird ( $10^{-4}$  -  $10^{-3}$ ). Dies ist eine Folge der kleinen Dispersionsfunktion in den Ablenkmagneten. Ein zu kleines  $\alpha$  bedeutet Verlust an longitudinaler Stabilität und somit Einbußen bei der Lebensdauer des Strahls.

Der maximale Strom, der in einem Strahlpaket gespeichert werden kann, bevor die longitudinale Mikrowellen Instabilität, auch bekannt als "turbulent bunch lengthening" [Hofmann77], eintritt, ist gegeben durch

$$\hat{I}_{\parallel} = \frac{2\pi \alpha E / e}{|Z_{\parallel} / n|} \sigma_p^2.$$

Dabei ist  $\sigma_p$  die natürliche Impulsbreite im Strahl,  $E$  die Energie und  $e$  die Elektronenladung.

$|Z_{\parallel} / n|$  ist die effektive longitudinale Impedanz dividiert durch die Harmonische der Umlauffrequenz. Beiträge zu dieser Impedanz liefern unter anderem die Beschleunigungskavitäten, die Strahllagemonitore und Übergänge von runden auf eckige Querschnitte innerhalb des Vakuumrohres. Am Speicherring BESSY konnte das, von der Theorie der Mikrowellen Instabilität vorhergesagte, Verhalten der Strahlpaketlänge  $\delta_e$  Funktion des gespeicherten Stromes  $I$  ( $\delta_e \propto I^{1/3}$ ) gemessen und daraus die effektive longitudinal Impedanz zu  $12 \Omega$  bestimmt werden [Weihreter85].

Der Schwellstrom der transversalen Mikrowellen Instabilität ist gegeben durch [Ruth und Wang81]:

$$\hat{I}_{\perp} = \frac{4\sqrt{2\pi} (E / e) Q_s}{|Z_{\perp}| \langle \beta \rangle} \max\left(\frac{b}{\sigma_l}, \frac{\sigma_l}{b}\right),$$

mit  $Q_s$  dem Arbeitspunkt der Synchrotronschwingung,  $\sigma_l$  der Länge eines Strahlpaketes,  $b$  dem Strahlrohrdurchmesser und  $\langle \beta \rangle$  der mittleren Betafunktion.

$Q_s$  ist gegeben durch die Synchrotronschwingungsfrequenz  $\Omega$ , mit

$$Q_s = \frac{\Omega}{\omega_0} = \left( \frac{q \alpha e V_0 \cos \psi_s}{2 \pi E} \right)^{1/2}.$$

Für Optiken, bei denen  $\alpha$  gegen Null geht, geht  $Q_s$  und damit auch der Schwellstrom der transversalen Mikrowellen Instabilität gegen null. Dies bedeutet, daß der Strahl instabil wird. In dieser Situation kann die Stabilitätsbedingung durch Ersetzen von  $Q_s$  durch  $\Delta Q_{\beta}$ , der Breite des Betatronarbeitspunktes, gegeben sein [Chattopadhyay87].

Die Abhängigkeit der Länge des Elektronenpakets vom Momentum Compaction Factor erlaubt es, sehr kurze Pakete zu erzeugen. Dies kann der zeitaufgelösten Spektroskopie entgegenkommen.

Ein zu kleiner Momentum Compaction Factor setzt der praktisch erreichbaren Emittanz eine untere Grenze. Messungen am Elektronenspeicherring BESSY mit einer Strahloptik mit sehr kleinen  $\alpha$  ( $\simeq 7 \cdot 10^{-4}$ ) haben eine starke Reduzierung der Strahllebensdauer ( $\leq 10$  s) ergeben [Mülhaupt85b].

#### 4. FREIER-ELEKTRONEN-LASER IM BYPASS

In einem Freien Elektronen Laser (FEL) erfährt der Elektronenstrahl eine Wechselwirkung mit einem Undulator. Diese Wechselwirkung zwischen den quasi freien Elektronen und einem optischen Feld führt zu einer stimulierten Lichterzeugung. Mit einem FEL ist man in der Lage, monochromatische, durchstimbare und kohärente Strahlung im VUV (Photonenergie  $> 10$  eV) zu erzeugen.

Ein Bypass, den der Elektronenstrahl etwa zehnmal pro Sekunde durchläuft, in einem Speicherring wie BESSY II [Maier86] erlaubt es, einen Undulator von ungefähr 1000 Perioden unterzubringen (Abb. 24). Die Wechselwirkung über so viele Perioden reicht aus, um kohärente Strahlung großer Leistung in einem einzigen Durchlauf zu erzeugen.

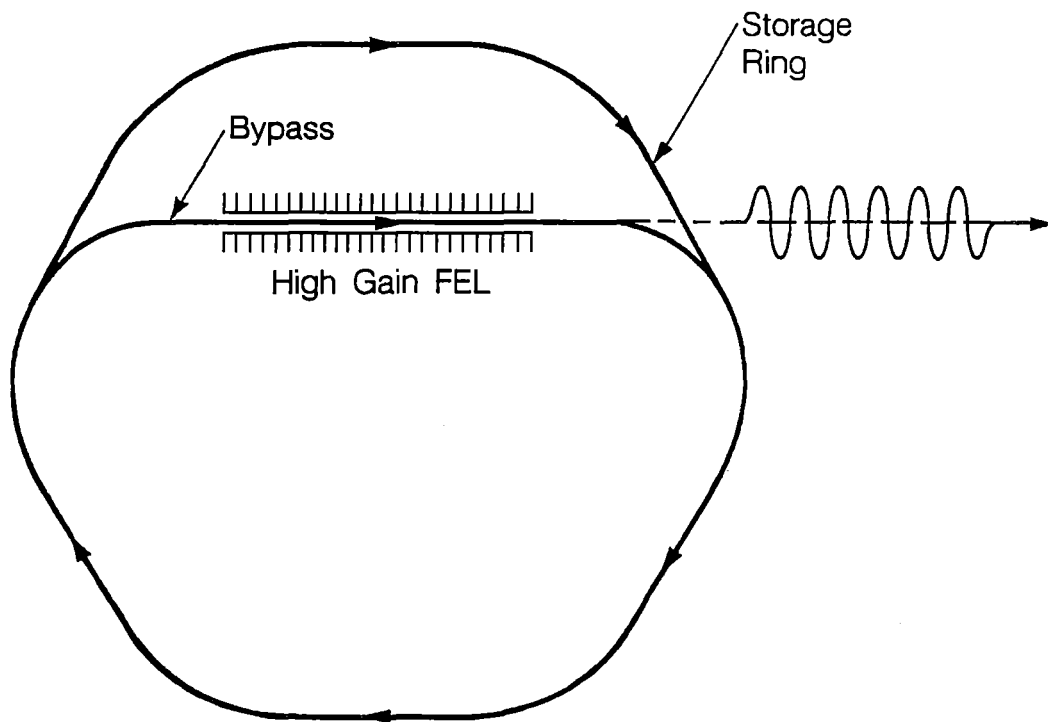


Abb. 24: Schematische Darstellung eines Freien-Elektronen-Lasers im Bypass.

Dadurch wird das Problem der Herstellung von Spiegeln hoher Reflektivität im VUV Bereich vermieden [Attwood84]. Diese wären nötig, falls man einen Laser mit optischen Resonatoren aufbauen wollte.

Das mit 10 Hz getaktete Einschießen des Strahles in den Undulatorbypass macht es möglich, den durch die FEL-Wechselwirkung aufgeheizten Strahl während der restlichen Zeit durch die Umläufe im Speicherring (ungefähr 5 Dämpfungszeitkonstanten) abzukühlen.

Die Eigenschaften eines Freien Elektronen Lasers werden durch die dimensionslose Größe, dem Verstärkungsparameter, bestimmt [Bonifacio84]:

$$\rho = \left( \frac{1}{8\pi} \frac{r_e}{ec} \frac{\lambda}{\gamma^2} \frac{I_p}{\sqrt{\epsilon_x} \sqrt{\epsilon_z}} F(K) \right)^{1/3}$$

mit  $\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right)$ , der Laserwellenlänge, bei der Resonanz eintritt,  $I_p$  dem Spitzenstrom in einem Teilchenpaket und  $\epsilon_x, \epsilon_z$  den transversalen Emittanzen. Die Funktion  $F(K)$  ist gegeben durch

$$F(K) = K\xi [J_0(\xi) - J_1(\xi)]$$

mit  $\xi = \frac{K^2}{4(1 + K^2/2)}$ ,  $J_0, J_1$  den Besselfunktionen und der Wigglerstärke  $K = \frac{e}{2\pi m_e c} \lambda_u B$ , wobei

$\lambda_u$  die Periodenlänge des Undulators und  $B$  dessen Magnetfeld ist. Diese Formel für den Verstärkungsparameter ist gültig für einen Undulator, dessen Pole so geformt sind, daß sie in der horizontalen und vertikalen Ebene gleich fokussieren und die Betatronamplituden ( $\beta_x = \beta_z = \gamma \lambda_u / \pi K$ ) angepaßt sind.

Mit Hybrid-Wiggeln, aufgebaut aus SmCo<sub>5</sub>-Blöcken [Halbach83], erhält man, bei Polabständen von 3 mm, Feldstärken von  $B = 1.5$  T. Dies führt bei Periodenlängen von  $\lambda_u = 20$  mm zu einer Wigglerstärke von  $K = 2.8$ .

Der Verstärkungsparameter  $\rho$  bestimmt die Sättigungsleistung  $P_s$ , die man vom Laser erhalten kann. Sie ist gegeben durch

$$P_s \simeq \rho P_{\text{Strahl}}$$

ist  $P_{\text{Strahl}} = I_p \cdot E/e$ , der Leistung des Elektronenstrahls. Der Parameter  $\rho$  hängt im wesentlichen von den Eigenschaften des Speicherringes (Energie der Elektronen, Spitzenstrom im Ring, Emittanzen  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_z$ ) ab.

Bei einer Speicherringenergie  $E = 750$  MeV, einem Spitzenstrom  $I_p = 100$  A und  $\epsilon_x = 5 \cdot 10^{-9} \pi \text{ m} \cdot \text{rad}$ ,  $\epsilon_z = 5 \cdot 10^{-10} \pi \text{ m} \cdot \text{rad}$  ergibt sich der Parameter  $\rho$  zu  $\simeq 10^{-3}$ . Dies führt zu einer Sättigungsleistung von 75 MW bei einer Laserwellenlänge von  $\lambda \simeq 20$  nm entsprechend einer Photonenergie von  $\sim 55$  eV.

Die Ausgangsleistung der Freien-Elektronen-Laser wird durch den FEL-Sättigungsmechanismus, bei dessen Beschreibung die endliche Energiebreite des Elektronenstrahles eingeht, beschränkt. Desweiteren kann in einem realistischen Speicherring [Bisognano86] die Elektronenenergie nicht zu klein gewählt werden, denn bei den hohen Strömen würde, durch die Vielfachstreuung im Strahlpaket, die Emittanz zu sehr anwachsen.

## 5. ZUSAMMENFASSUNG

Die unterschiedlichen Kühlverfahren, auf der einen Seite die Synchrotronstrahlung, auf der anderen Seite die Elektronenkühlung und die stochastische Kühlung, haben reichhaltige Entwicklungen sowohl in den physikalischen Ideen als auch in der instrumentellen Umsetzung angeregt. In den Kühler- und Elektronenspeicherringen konnte die Brillanz um Faktoren 10 - 100 gesteigert werden. Das Kühlersynchrotron COSY kann Protonenstrahlen mit Emittanzen von  $< 1 \pi \text{ mm mrad}$  in den beiden transversalen Ebenen und mit relativen Impulsunschärfen von 1/10 Promille zur Verfügung stellen.

Ein wesentlicher Aspekt bei der Konzipierung und dem Bau von Kühler- bzw. Elektronenspeicherringen ist die Strahloptik der Anlage, d.h. der Aufbau der Magnetanordnung. Die Anordnung kann so gewählt werden, daß die von den Benutzern gesetzten Ziele erreicht werden. Ein wesentliches Kriterium ist die Größe der Schwingungsamplituden in den beiden transversalen Ebenen. In den Kühlerring sind an den Orten der internen Targetplätze und in den Elektronenspeicherringen in den Wiggler bzw. Undulatoren besondere Sorgfalt anzuwenden.

Die Strahloptik muß so gewählt werden, daß sowohl die physikalische wie auch die dynamische Appertur ausreicht, um gute Injektionsraten und lange Lebensdauern zu gewährleisten.

Die Wahl der Dispersionsfunktion ist in zweierlei Hinsicht wichtig, zum einen ist ihre Größe an den Orten der internen Targets des Elektronenkühlers, in den Wiggler bzw. Undulatoren und am Extraktionsseptum möglichst klein zu halten, zum anderen führt sie über den Momentum Compaction Factor zur Beeinflussung der longitudinalen Bewegung. Ein zu kleiner Momentum Compaction Factor bedeutet Verlust an longitudinaler Stabilität. Er beeinflusst das sogenannte "Mixing", was ein wesentlicher Faktor für die Arbeitsweise der stochastischen Kühlung ist.

Die Strahloptik des Kühlersynchrotron COSY kann so eingestellt werden, daß die folgenden Anforderungen eingehalten werden:

- i) kleine Betatronfunktionen und Dispersion an den internen Targetplätzen,
- ii) der horizontale Arbeitspunkt in der Nähe einer drittzahligen Resonanz zur langsamen Extraktion,
- iii) ein Phasenvorschub von annähernd  $\pi/2$  plus ganzzahligen Vielfachen von  $2 \pi$  zwischen den Signalaufnehmern und -gebern,
- iv) kleine Betatronamplituden am Ort des Elektronenkühlers.



Die Güte, d.h. die Brillanz sowohl der gekühlten Protonenstrahlen als auch des Synchrotronlichtes kann nur dann erhalten werden, wenn man der möglichen Veränderung der Sollbahn der umlaufenden Strahlteilchen besondere Sorgfalt widmet. Es werden bereits beim Aufbau der Anlagen die Aufstellungsfehler und die Feldfehler der magnetischen Elemente an den Rand des technisch Machbaren gedrückt.

Technische Weiterentwicklungen sind beim Bau des COSY-Elektronenkühlers die Erzeugung von Elektronenstrahlen kleinster Transversaltemperatur und die Zurückgewinnung der Energie. Bei der stochastischen Kühlung sind mit den rauscharmen breitbandigen Hochleistungsverstärkern höchste technologische Anforderungen umgesetzt.

## LITERATURVERZEICHNIS

- [6 GeV Conceptual Design Report86] 6 GeV Conceptual Design Report (Feb. 1986)  
ANL-86-8
- [Attwood84] Attwood D.T., et al., in *Free Electron Generation of Extreme Ultraviolet Coherent Radiation*, eds.: Madey J.M.J. and Pellegrini, C., Amer. Inst. Phys., New York, 294 (Conf. Proc. No. 118) (1984)
- [Bassetti87] Bassetti, M.; Bocchetta, C.J. Wrulich, A. *Magnet Lattice for the Sincrotrone Trieste*, ST/M-87/10 (1987)
- [Bisognano86] Bisognano J., et al., *Feasibility Study of a Storage Ring for a High Power XUV Free Electron Laser*, Particle Accelerator 18, 223 (1986)
- [Blumberg79] Blumberg L., et al., *NSLS VUV Storage Ring*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-26, 3842 (1979)
- [Bonifacio84] Bonifacio, B.; Pellegrini C. and Narducci, N., in *Free Electron Generation of Extreme Ultraviolet Coherent Radiation*, eds.: Madey J.M.J. and Pellegrini, C., Amer. Inst. Phys., New York, (Conf. Proc. No. 118), 236 (1984)
- [Bruck66] Bruck, H., *Accélérateurs Circulaires de Particules*, Presses Universitaires de France (1966)
- [Buras und Tazzari84] Buras B. and Tazzari, S., European Synchrotron Radiation Facility, *Report of the ESRP*, CERN, Genf (1984)
- [Budker66] Budker, G.L., Proc. Int. Symposium on Electron and Positron Storage Rings, Saclay, 1966
- [Chasman und Green75] Chasman R. and Green, K., *Preliminary Design of a Dedicated Synchrotron Radiation Facility*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-22, 1765 (1975)
- [Chattopadhyay87] Chattopadhyay, S.; Chao, A.; Lee, S.Y.; Rivkin L. and Ruth, R., On Damping Rings with Zero Momentum Compaction, and other Issues, Proc. of the ICFA Workshop on Low Emittance  $e^-e^+$  Beams, eds.: J.B. Murphy and C. Pellegrini, Brookhaven National Laboratory (1987), BNL 52090
- [Conceptual Design Report86] 1-2 GeV Synchrotron Radiation Source, Conceptual Design Report, LBL, Pub-5172 (1986)

- [Courant and Snyder58] Courant, E.B. and Snyder, H.S., *Theory of the Alternating Gradient Synchrotron*, *Annals of Physics*: 3, 1-48 (1958)
- [Delahaye und Rivkin85] Delahaye, J.P. and L. Rivkin, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-32 1695 (1985)
- [Derbenev und Skrinski77] Derbenev, Ya. and Skrinski, A.N., *Part. Accel.* 8 (1977) 1.
- [Design Study for the Trieste Synchrotron Light Source87] Design Study for the Trieste Synchrotron Light Source (Feb. 1987) LNF 87/6 (R)
- [Einfeld79] Einfeld, D.; Klotz, W.D.; Mülhaupt, G.; Müller, Th. und Richter, R., *IEEE Trans. Nucl. Sci.* NS-26, 3801 (Juni 1979)
- [Einfeld und Mülhaupt80] Einfeld D. and Mülhaupt, G., *Choice of the Principal Parameters and Lattice of BESSY*, *Nucl. Sci. Instr. and Meth.* 172 (1980)
- [Elder47] Elder, F.R.; Gurewitsch, A.M.; Langmuir, A.V.; Pollock, H.C.; *Phys. Rev.* 71, 829 (1947)
- [Emery87] Emery, L.; Chaves, C.; Cork, C.; Hower, N.; Martin, T.; Melen, R.; Ning, F.T.; Ortiz, W.; Swift, G.; Voss, J.; Wang, P.; Wadensweiler, W.; Wiedemann, H.; *The 1.2 GeV High Brightness Photon Source at the Stanford Photon Research Laboratory*, *Proc. of the IEEE Particle Acc. Conf.*, Vol. 2, 1496 (1987)
- [ESRF Foundation Phase Report87] ESRF Foundation Phase Report (Feb. 1987)
- [Farvaque und Ropert88] L. Farvaque and A. Ropert, *BETA User's Guide*, ESRF LAT-88-08
- [Fischer83] Fischer, G.E.; Davies-White, W.; Fieguth, T.; Wiedemann, H.; *A 1.2 GeV Damping Ring Complex for the Stanford Linear Collider*, *SLAC PUB* 3170 (Jul. 1983)
- [Gaupp86] Gaupp, A.; Koch, E.E.; Maier, R. Peatman, W.; BESSY und A.M. Bradshaw, *Max-Planck-Gesellschaft* (1986) (Koordination und Redaktion), *BESSY II, Eine optimierte Undulator/Wiggler-Speicherring-Lichtquelle für den VUV- und XUV-Spektralbereich*
- [Grieser91] Grieser, M. et al., *Advances Stacking Methods Using Electron Cooling at the TSR Heidelberg*, *Proc. of the IEEE Particle Acc. Conf* 1991, San Francisco, 2817 (1991)
- [Halbach81] Halbach, K., *Nucl. Instr. and Meth.* 187 109 (1981)

- [Halbach83] Halbach, K., Journal de Physique Colloque, C1, 44, 211 (1983)
- [Hangst93] Hangst, J.S., Nielsen, J.S., Poulsen, O., Schiffer, J.P., Shi, P., Wanner, B., *Laser Cooling of a Bunched Beam in ASTRID*, Proc. from the Workshop on Beam Cooling and Related Topics, ed.: F. Bosser, Montreux 1993, Cern 94-03
- [Helm73] Helm, R.H., Lee, M.J., Morton, P. L. and Sands, M., *Evaluation of Synchrotron Radiation Integrals*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-20, 900 (1973)
- [Hofmann77] Hofmann, A.; *Single Beam Collective Phenomena Longitudinal, in Theoretical Aspects of the Behaviour of Beams in Accelerators and Storage Rings*, Proc. First Course of Int. School of Particle Accelerators, ed.: M.H. Blewett, Erice 1976, CERN 77-13
- [Iselin87] Iselin, MAD User's Reference Manual, CERN/LEP TH/87-33
- [Jackson86] Jackson, A., *A Comparison of the Chasman Green and Triple Bend Achromat Lattices*, LBL-21279
- [Jaeschke93] Jaeschke, E., Krämer, D., Kuske, B., Kuske, P., Scheer, M., Weihreter, E., Wüstefeld, G., *Lattice Design for the 1.7 GeV Light Source BESSY II*, IEEE Particle Accelerator Conference, Washington D.C. Vol 2, 1474 (1993)
- [Klotz und Mülhaupt88] Klotz, W. D. and Mülhaupt, G., *Another Lattice Model for High Brightness Synchrotron Radiation Sources*, ESRF LAT-88-07
- [Koch83] Koch, E.E. (Hrsg.): *Handbook on Synchrotron Radiation*, Vol. 1a, 1b. North-Holland, Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford 1983
- [Kolomensky and Lebedev66] Kolomensky, A.A. and Lebedev, A.N., *Theory of Cyclic Accelerators*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1966)
- [Krinsky79] Krinsky S., et al., *Design Status of the NSLS X-Ray Storage Ring*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-26, 3806 (1979)
- [Kuske85] Kuske, P.; Gaupp, A.; Klotz, W.D.; Maier, R.; Mülhaupt, G.; Peatman, W.B.; Pflüger, J.; Weihreter, E.; Gudat, W.; *Aperture-Dependent Electron Beam Lifetime for the BESSY Storage Ring*, SPIE Proc. Vol. 582 143 (1985)

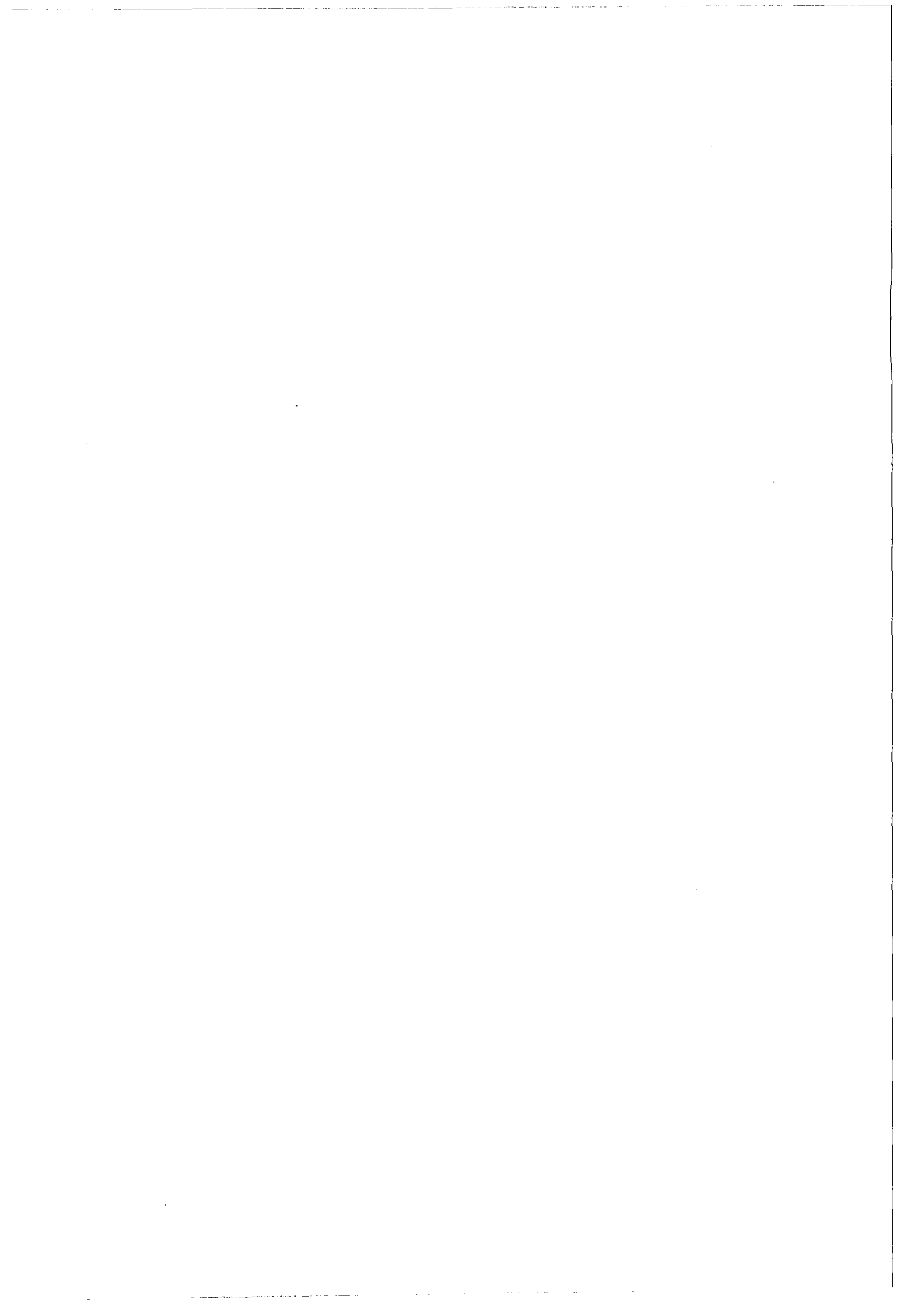
- [Kuske88] Kuske, P.; Hoberg, H.G.; Machado, J.; Maier, R.; Schiele, D., *Beam Diagnostics Using Variations of Local Magnetic Fields*, Proc. European Particle Accelerator Conference, Rome, Vol. 2, 1214-1216 (June 1988)
- [Lapostolle71] Lapostolle, P., IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-18, No 3, 1101 (1971)
- [LeDuff85] LeDuff, J., *Current and Current Density Limitations in Existing Storage Rings*, Nucl. Instr. and Meth. A 239, 83(1985)
- [LeDuff87] LeDuff, J.; Single, *Multiple Touschek Effects*, Proc. of the CERN Acc. School, Second Advanced Acc. Physics Course, ed.: S. Turner, Berlin (1987), CERN 89-01
- [Maier86] Maier, R.; Gaupp, A.; Kim, K.J.; Lehr, H., *VUV-Freier-Elektronen-Laser im Bypass in BESSY II. Eine optimierte Undulator, Wiggler-Speicherring-Lichtquelle für VUV- und XUV-Spektralbereich*, Berlin-West (Nov. 1986)
- [Maier87] Maier R., W. D. Klotz, B. Simon, E. Weihreter and G. Wüstefeld, *A Synchrotron Light Source of the Third Generation* Proc. of the IEEE Particle Accelerator Conference, Washington D.C. Vol. 1 422 (March 1987)
- [Maier92] Maier, R. und Pfister, U., *A Synchrotron and Storage Ring for Medium Energy Physics*, XIII International Conference on Cyclotrons and their Applications, Vancouver, Canada 282 (July 1992)
- [Maier93] Maier, R., Prasuhn, D.; Schwab, W.; Sedlacek, M.; Stein, H.J.; Wimmer, J.; and Witt, J.D., *Commissioning of the COSY Electron Cooler Phase I*, Annual Report 1992, JÜL-2726 Institut für Kernphysik 212 (1993)
- [Maier94a] Maier, R., Prasuhn, D.; Schwab, W.; Stein, H.J. and Witt, J.D., *Operational Characteristics of the COSY Electron Cooler*, Proceedings of the Fourth European Particle Accelerator Conference, London (1994)
- [Maier94b] Maier, R., Prasuhn, D.; Schwab, W.; Sedlacek, M.; Stein, H.J. and Witt, J.D., *Commissioning of the COSY Electron Cooler Phase II*, Annual Report 1993, JÜL-2879 Institut für Kernphysik 171 (1994)
- [Marquardt89] Marquardt N., et al., *DELTA, A Low Emittance Storage as a Free Electron Laser Radiation Source*, Proc. of the IEEE Particle Acc. Conf. Vol. 2 780 (1989)
- [Möhl80] Möhl, D.; Petrucci, G.; Thorndahl, C., and van der Meer, S., *Physics and Technique of Stochastic Cooling*, Phys. Rep. 58 75 (1980)

- [Mülhaupt85a] Mülhaupt, G.; Hoberg, H.G.; Klotz, W.D.; Lehr, H.; Maier, R.; Weihreter, E.; *Properties of the BESSY Low Emittance Beam*, SPIE Proc. Vol. 82 (1985)
- [Mülhaupt85b] Mülhaupt, G.; Derikum, K.; Egan-Krieger, G. v.; Fleßner, H. H.; Hoberg, H. G.; Klotz, W. D.; Kuske, P.; Lehr, H.; Maier, R.; Martin, M.; Richter, R.; Schiele, A.; Schulz, L.; Weihreter, E.; *BESSY Reaches Full Scale Operation*, Proc. of the IEEE Particle Accelerator Conference, Vancouver, B. C., Can. Sci. NS-32, 5, 3368 (1985)
- [Mülhaupt88] Mülhaupt, G., *Individual Closed Orbit Feedback for ESRF Insertion Devices*, Proc. Int. Workshop on Constructing 1-2 GeV Synchrotron Radiation Facilities, Taipei, Taiwan, Republic of China 2.3.1 (1988)
- [Pelligrini69] Pellegrini, C., Nuovo Cimento, 64A, 447 (1969)
- [Petrich93] Petrich, W., Phys. Rev. A 48, 2127 (1993)
- [Pflüger88] Pflüger, J.; Bernstorff, S.; Braun, W.; Gudat, W.; Heinen, W.; Isoyama, G.; Koch, E.E.; Krauß, C.; Kuske, P.; Maier, R.; Peatman, W.; Schäfers, F.; Schroeter, T.; Weidemann R. and Wolf, F.P., *The Undulator of BESSY: First Operational Experience*, Nucl. Instr. and Meth. A266 120 (1988)
- [Piwinski83] Piwinski, A., *The Beam Height in PETRA*, DESY M- 83-19 (1983)
- [Proc. of the 5th Int. Conf. on High Energy Accel.66] Proc. of the 5th Int. Conf. on High Energy Accelerator in Frascati 1965, published by the Comitato Nazionale Energia Nucleare, Rome (Oct. 1966)
- [Robinson58] Robinson, K.W. Phys. Rev. 111 373 (1958)
- [Rowe81] Rowe E., et al., *Status of the Aladdin Project*, IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-28 No. 3. 3145 (1981)
- [Ruth und Wang81] Ruth, R.D. and Wang, J.M., IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-28, 2405 (1981)
- [Sands70] Sands, M., *The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction*. SLAC-121 (1970)
- [Sands85] Sands, M., *SLAC Report*, SLAC/AP-47 (1985)
- [Schröder90] Schröder, S. et al. , Phys. Rev. Lett. 64 2901 (1990)
- [Schwinger48] Schwinger, J., Phys. Rev. 75 1912 (1948)

- [Simon88] Simon, B.; Maier, R.; Wüstefeld, G., *Analysis of the Triple Bend Achromat as a Lattice for BESSY II*, Proc. of the Eur. Part. Acc. Conf., Rome, Vol. 2, 875 (1988)
- [Smith86] Smith, L., *Effects of Wigglers and Undulators on Beam Dynamics*, LBL-ESG Tech. Note-24 (1986)
- [Sommer83] Sommer, M., *Optimization of the Emittance of Electron Storage Rings*, LAL/RT/83-15 (Nov. 1983)
- [SRRC Status Report88] SRRC Status Report (Jan. 1988)
- [Staples87] J. Staples, LATTICE: A Beam Transport Program, LBL-23939 UC-28, LBL (1987), überarbeitet von Ph. F. Meads
- [Steffen65] Steffen, K.G., *High Energy Beam Optics*, Interscience Publishers, New York (1965)
- [Teng85] Teng, L.C., *Minimum Emittance Lattice for Synchrotron Radiation Storage Ring* ANL/FNAL LS-17 (May 1985)
- [Uythoven88] Uythoven, J.A.; Botman J.I.M. and Hagedoorn, H.L., *Analytical evaluation of synchrotron radiation Integrals*, Proc. of Eur. Par. Acc. Conference, Rome, Vol. 1, 649 (1988)
- [Vignola86] Vignola, G., *The Use of Gradient Magnets in Low Emittance Electron Storage Rings*, Nucl. Instr. Meth. A246 (1986)
- [Weihreter85] Weihreter, E.; Gaupp, A.; Hoberg, H. G.; Klotz, W. D.; Kuske, P.; Lehr, H.; Maier, R.; Mülhaupt, G., *Instability Studies and Double RF System Operation at BESSY*, 1985 Particle Acc. Conference in Vancouver, B.C., Canada, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-32, 2317 (1985)
- [Wiedemann76] Wiedemann, H., SLAC, Stanford Internal Note PEP-220 (1976)
- [Wiedemann80] Wiedemann, H. Nucl. Instr. Meth. 172, 33 (1980)
- [Wiedemann87], Wiedemann, H., Private Mitteilung (1987)
- [Wiedemann88] Wiedemann, H., *An Ultra Low Emittance Mode for PEP Using Damping Wigglers*, Nucl. Instr. Meth. A266 (1988)

- [Wrulich84] A. Wrulich, *RACE TRACK: A Computer Code for the Simulation of Nonlinear Particle Motion in Accelerators*, DESY 84-026 (1984)
- [Wrulich85] Wrulich, A.; *Tolerances for Sextupole Displacement Errors*, DESY HERA 85-11 (1985)
- [Wrulich86] Wrulich, A., *Study of FODO Structures for a Synchrotron Light Source*, LBL-21215 (Jul. 1986)
- [Wüsthfeld87] Wüsthfeld, G. *The Minimization of Natural Emittance in the Triple Bend Achromat*, BESSY TB 108/87 (Mar. 1987)
- [Wüsthfeld88] Wüsthfeld, G.; Maier, R.; Simon, B.; *The Analytical Lattice Approach for the Ring Design of BESSY II*, Proc. of the Eur. Part. Acc. Conf., Rome, Vol. 2, 914 (1988)
- [Zisman86] Zisman, M.S.; Chattopadhyay S.; and Bisognano, J.J., *ZAP User's Manual*, LBL-21270 UC-28 (1986)
- [Zyngier85] Zyngier H., et al., *The VUV Radiation Source SUPER ACO*, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-32, 3371 (1985)





**Jül-3120**  
**September 1995**  
ISSN 0944-2952